Thème A

Nombres et calculs

Table des compétences du thème A

Compétence 1

Savoir utiliser les puissances pour simplifier des écritures

Une puissance d'un nombre relatif a se note sous la forme a^m où m est un nombre entier relatif. Dans cette écriture, m est appelé *l'exposant*.

Soit n un nombre entier positif et a un nombre relatif.

$$a^0 = 1 \qquad a^1 = a$$

À partir de $n = 2$: $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad (a \neq 0).$$

Exercice 1 ▶ Calculer :

$2^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad 6^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad 10^5 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$

$0^{20} = \ldots$ $\quad (-2)^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad (-3)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$

$(-1)^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad 1^8 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad (-1)^5 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$

$-4^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad (-4)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad -6^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$

Exercice 2 ▶ Écrire sous la forme d'une puissance d'un nombre relatif :

$(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = \ldots$

$0{,}55 \times 0{,}55 \times 0{,}55 \times 0{,}55 = \ldots$

$4{,}9 \times 4{,}9 \times 4{,}9 \times 4{,}9 = \ldots$

$\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \ldots$

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \ldots$

Exercice 3 ▶ Calculer :

$4^{-4} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad 5^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad 10^{-2} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$

$1^{-19} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad 2{,}3^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$ $\quad (-6)^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots$

Exercice 4 ▶ Sans calculatrice

(a) Écrire les produits suivants sous la forme d'une seule puissance :

$$A = 4^3 \times 4^5 \qquad B = 3^4 \times 3^7 \qquad C = (-3)^3 \times (-3)^2$$

(b) Écrire les quotients suivants en utilisant une seule puissance :

$$A = \frac{3^5}{3^3} \qquad B = \frac{2^4}{2^7} \qquad C = \frac{(-5)^4}{(-5)^3}$$

(c) Écrire les produits suivants sous la forme d'une seule puissance :

$$A = 4^3 \times 3^5 \qquad B = 3^4 \times 5^4 \qquad C = (-2)^3 \times (-5)^3$$

(d) Écrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance :

$$A = \left(4^{-2}\right)^3 \qquad B = \left((-4)^{-4}\right)^{-1} \qquad C = \left((-0{,}5)^3\right)^{-2}$$

Exercice 5 ▶ Écrire les nombres ci-dessous sous la forme d'une puissance d'un seul nombre :

$$A = 4^3 \times 4^{-6} \qquad B = \frac{4^3}{4^{-6}} \qquad C = 5^3 \times 5^{-8} \times 5^5$$

$$D = \frac{3^6}{3^5} \qquad E = 6^{-2} \times 6^{-5} \qquad F = \frac{(-2)^3 \times (-2)^5}{(-2)^4}$$

Compétence 2

Savoir écrire un nombre décimal en utilisant l'écriture scientifique

Multiplier un nombre décimal par une puissance de 10 revient :
- à le *multiplier* par 10 autant de fois que l'exposant si l'exposant est *positif* ;
- à le *diviser* par 10 autant de fois que l'exposant si l'exposant est *négatif*.

Exercice 6 ▶ Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$A = 5 \times 10^3 \qquad B = 1{,}56 \times 10^4 \qquad C = -0{,}7 \times 10^{-2}$$
$$D = 4\,535{,}9 \times 10^{-4} \qquad E = 0{,}145 \times 10^5 \qquad F = 31{,}5 \times 10^2$$
$$G = 4{,}2 \times 10^{-4} \qquad H = -1{,}5 \times 10^{-4}$$

Exercice 7 ▶ Compléter avec des exposants entiers pour que les égalités soient correctes :

$$71\,389{,}24 = 713{,}892\,4 \times 10^{\cdots} \qquad 0{,}24 = 2{,}4 \times 10^{\cdots}$$
$$39{,}18 = 0{,}039\,18 \times 10^{\cdots} \qquad 1\,739 = 173\,900 \times 10^{\cdots}$$

Exercice 8 ▶ Détailler les étapes de calculs permettant d'écrire G et H sous leur forme décimale :

$$G = 61{,}5 \times 10^3 + 15 \times 10^{-2} \qquad H = \frac{4 \times 10^2 \times 3 \times 10^4}{6 \times \left(10^2\right)^3}$$

Lorsqu'on écrit un nombre décimal en *écriture scientifique*, on l'écrit sous la forme d'un produit d'un nombre décimal compris entre 1 et 10 (exclu) et d'une puissance de 10.

Exercice 9 ▶ Cocher l'écriture scientifique de chaque nombre :

4 900	☐ 49×10^2	☐ $4{,}9 \times 10^3$	☐ $4{,}9 \times 10^2$
87,9	☐ 879×10^{-2}	☐ $8{,}79 \times 10^1$	☐ $0{,}879 \times 10^2$
0,035 14	☐ $3{,}514 \times 10^{-2}$	☐ $3{,}514 \times 10^{-1}$	☐ $3{,}514 \times 10^3$
3 500 000 000	☐ 35×10^8	☐ $3{,}5 \times 10^9$	☐ $3{,}5 \times 10^{10}$
3,141 5	☐ $3{,}141\,5 \times 10^{-1}$	☐ $3{,}141\,5 \times 10^0$	☐ $3{,}141\,5 \times 10^1$
−0,073 9	☐ $7{,}39 \times 10^{-2}$	☐ $-7{,}39 \times 10^{-1}$	☐ $-7{,}39 \times 10^{-2}$

Exercice 10 ▶ Écrire sous la forme $a \times 10^p$ (a et p sont des nombres relatifs) les expressions suivantes. Ensuite, donner les résultats en écriture scientifique.

$$A = 3{,}5 \times 10^2 \times 4 \times 10^5 \qquad B = \frac{21 \times 10^3}{0{,}3 \times 10^{-7}} \qquad C = 5 \times 10^4 + 3 \times 10^6$$

Préfixe	téra	giga	méga	kilo	hecto	déca
Multiplication	$\times 10^{12}$	$\times 10^{9}$	$\times 10^{6}$	$\times 10^{3}$	$\times 10^{2}$	$\times 10^{1}$

Préfixe	déci	centi	milli	micro	nano	pico
Multiplication	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-12}$

Exercice 11 ▶ Convertir les expressions suivantes sous la forme d'un produit. Par exemple, 2 térakg s'écrit 2×10^{12} kg.

(a) 7 mégaoctets
(b) 3 picomètres
(c) 17,3 nanolitres
(d) 25 millimètres
(e) 0,17 térawatt
(f) 421,17 kilogrammes

Exercice 12 ▶ Convertir les produits suivants en utilisant le préfixe correct :

(a) $45{,}2 \times 10^{12}$ m
(b) $2{,}17 \times 10^{-9}$ L
(c) $157{,}23 \times 10^{9}$ g
(d) $9{,}57 \times 10^{-6}$ \$
(e) $37{,}1 \times 10^{3}$ €
(f) $45{,}57 \times 10^{-2}$ g

Compétence 3

Utiliser les nombres rationnels pour résoudre des problèmes

> Dire qu'un nombre est rationnel, cela signifie que ce nombre peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

Exercice 13 ▶ Dans une classe, on a relevé les renseignements suivants :

- $\dfrac{2}{3}$ des élèves pratiquent le judo ;
- $\dfrac{3}{4}$ des élèves pratiquent le volley-ball ;
- $\dfrac{7}{12}$ des élèves pratiquent le water-polo.

Quel est le sport le plus pratiqué ? Quel est le sport le moins pratiqué ?

Exercice 14 ▶ Ce mois-ci, Émilie a dépensé un quart de son argent de poche pour des livres, un tiers pour le cinéma et un autre tiers pour des dépenses diverses.
A-t-elle dépensé tout son argent ? Si non, calculer la fraction de son argent de poche qu'il lui reste.

Exercice 15 ▶ Les $\dfrac{4}{5}$ des élèves d'une classe ont participé à une excursion ; les $\dfrac{2}{3}$ des élèves partis sont des filles.

(a) Quelle fraction de la classe représente les filles qui sont parties en excursion ?

(b) Il y a 30 élèves dans la classe. Combien de garçons ont participé à l'excursion ?

Exercice 16 ▶ Une balle rebondit aux $\dfrac{2}{3}$ de la hauteur où elle a été lâchée.

(a) À quelle fraction de la hauteur de chute s'élève-t-elle au 2^{e} rebond ? Au 3^{e} ?

(b) Si la balle a été lâchée à une hauteur de 1,62 m ; à quelle hauteur rebondit-elle après le 4^{e} rebond ?

Compétence 4

Utiliser les racines carrées pour résoudre des problèmes

On appelle *racine carrée* d'un nombre positif n, le nombre positif, noté $\sqrt{n}$, tel que son carré soit égal à n.

$$(\sqrt{n})^2 = n$$

Certaines racines carrées de nombres entiers positifs ne nécessitent pas de calculatrice pour être déterminées :

n	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$\sqrt{n}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Exercice 17 ▶ Compléter le tableau suivant à l'aide d'une calculatrice. *On donnera, si nécessaire, la valeur approchée au dixième près par défaut.*

n	256	90 000	7	72,25	200	1 000	16 641	27,04
$\sqrt{n}$								

Exercice 18 ▶ Quelle est la longueur du côté d'un carré d'aire 19 cm^2 ? On donnera la valeur exacte puis la valeur approchée au millimètre.

Exercice 19 ▶ Les valeurs $x = \sqrt{3}$ et $y = \sqrt{2}$ sont-elles solutions de l'équation $4x^2 - 5y^2 = 0$? Justifier.

Exercice 20 ▶ Un parapluie de longueur 1 095 mm peut-il tenir dans la valise ci-dessous ? Les dimensions sont les suivantes : $HC = 20$ cm, $BC = 60$ cm et $AB = 90$ cm.