Chapitre 1

Bases de l'optique géométrique

UN SCIENTIFIQUE

Willebrord Snell (1580-1626) est un mathématicien et physicien hollandais. Enfant prodige, il acquiert bientôt une immense culture dans le domaine scientifique. Il rencontre les plus grands savants de son époque et se lance dans des recherches dans de nombreux domaines : astronomie, mesure de la Terre, approximation du nombre π. En optique, il s'intéresse aux miroirs concaves et convexes. Il énonce la loi de réfraction attribuée en France à Descartes.

Un peu d'histoire

Qui a découvert la loi de réfraction de la lumière ? En 984, le mathématicien arabe Ibn Sahl explique, schémas à l'appui, le lien entre l'angle d'incidence et celui de réfraction d'un rayon lumineux. Ses travaux restent totalement inconnus en Occident. Thomas Harriot découvre cette loi en 1602 mais il ne fait aucune publication. Elle est à nouveau énoncée en 1621 par le mathématicien hollandais Willebrord Snell qui, lui non plus, n'en fait pas état publiquement. En 1637 René Descartes publie le *Discours de la méthode* dans lequel il énonce les principes de la rationalité scientifique. Il le fait suivre de trois appendices ; le premier est un manuel d'optique dans lequel il énonce la loi de réfraction, sans connaître les travaux de ses prédécesseurs. Quelques années plus tard, Pierre de Fermat justifie cette loi par le principe du temps minimum de parcours.

■■ Objectifs

■ Ce qu'il faut connaître

- ▷ Les définitions concernant la lumière, sa propagation et ses sources
- ▷ Le modèle de l'optique géométrique et ses limites
- ▷ Les lois de Snell–Descartes pour la réflexion et la réfraction
- ▷ Les définitions concernant les systèmes optiques et la formation d'images
- ▷ Les conditions de l'approximation de Gauss et ses conséquences
- ▷ Le principe de fonctionnement d'une fibre optique

■ Ce qu'il faut savoir faire

- ▷ Relier la longueur d'onde dans le vide, celle dans un autre milieu et la couleur
- ▷ Utiliser les lois de Snell–Descartes pour déterminer des rayons réfléchis ou réfractés
- ▷ Étudier les cas de réfraction limite et réflexion totale
- ▷ Calculer des angles et des distances avec des formules géométriques
- ▷ Construire l'image d'un objet par un miroir plan et identifier sa nature réelle ou virtuelle
- ▷ Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre optique

■■ Résumé de cours

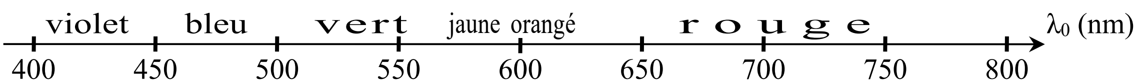
■ Propagation de la lumière

❑ Nature de la lumière

– Selon le **modèle ondulatoire** de la lumière, il s'agit d'une onde électromagnétique, c'est-à-dire d'une propagation de variations périodiques des champs électrique et magnétique, dans un milieu matériel ou dans le vide.
Une lumière **monochromatique** est décrite par une fonction sinusoïdale de fréquence *f*. La lumière visible correspond à l'intervalle $4 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} < f < 8 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$ environ. Les autres fréquences correspondent à d'autres types d'ondes électromagnétiques (voir chapitre **8**).
– Un autre modèle, dit **corpusculaire**, décrit la lumière (et les autres ondes électromagnétiques) comme un flux de particules appelés **photons** (voir chapitre **24**).

❑ Indice et longueur d'onde

– La **célérité** (vitesse de propagation) de la lumière dans le vide est $c = 299\,792\,458\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Sa célérité dans un milieu transparent quelconque est $\boxed{v = \dfrac{c}{n}}$ où n est l'**indice de réfraction** ($n \geq 1$), caractéristique du milieu et dépendant de la fréquence (donc de la longueur d'onde).
n = 1,0003 pour l'air (conditions usuelles), n = 1,33 pour l'eau, n = 1,5 à 1,8 pour les verres.
– Une lumière monochromatique a une fréquence f déterminée par l'émetteur, et une longueur d'onde λ telle que $\lambda = \dfrac{v}{f}$. La longueur d'onde dans le vide est $\lambda_0 = \dfrac{c}{f}$, donc $\boxed{\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}}$.
– Échelle des couleurs :



❑ Approximation de l'optique géométrique

L'optique géométrique modélise la lumière comme un ensemble de **rayons lumineux** : chaque rayon est une courbe décrite par la lumière pour aller d'un point à un autre. Les rayons lumineux sont *indépendants* les uns des autres ; ceci suppose qu'il n'y a pas d'interférences (toujours vrai en pratique). Dans un milieu transparent homogène et isotrope (seul cas envisagé ici), ils sont *rectilignes* ; ceci suppose qu'on évite la diffraction, tous les systèmes étant suffisamment larges.

■ Sources de lumière

❑ Types de sources

– Les **sources de lumière blanche** (lampes à incandescence, à LED blanche…) ont un spectre *continu* (constitué de toutes les fréquences dans l'intervalle du visible, et même au-delà).

– Les **lampes spectrales** (notamment à vapeur métallique : mercure, sodium…) ont un spectre caractéristique de l'élément chimique, qui peut être considéré comme *discret* (constitué seulement de quelques fréquences distinctes).
– Les **lasers** émettent une lumière qui peut être considérée comme monochromatique.

❑ Modèle de la source ponctuelle monochromatique

Une source de lumière est en général étendue (elle présente une certaine surface). Mais elle peut être *modélisée* comme un ensemble de **sources ponctuelles**.
De plus on se limitera, si nécessaire, à des sources ponctuelles monochromatiques.

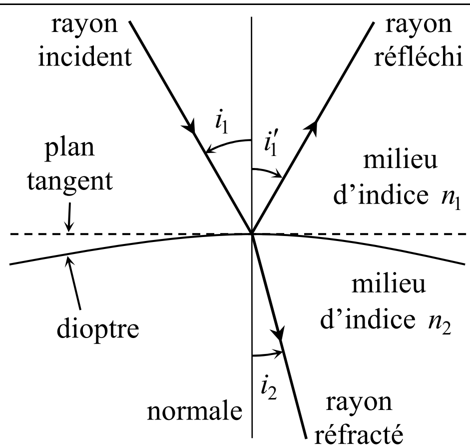
■ Réflexion et réfraction

❑ Description

Lorsqu'un rayon lumineux, dit **incident**, arrive sur un **dioptre** (interface entre deux milieux d'indices différents), il donne naissance en général à un rayon **réfléchi** (dans le milieu initial) et à un rayon **transmis** ou **réfracté** (dans le second milieu).
À partir du point d'intersection entre le rayon incident et le dioptre, on définit la normale, droite orthogonale au dioptre. Cette normale et le rayon incident définissent le **plan d'incidence**.

❑ Lois de Snell–Descartes

1. Les rayons réfléchi et réfracté sont dans le plan d'incidence.
2. L'angle i_1' de réflexion est : $i_1' = -i_1$ (ou bien $i_1' = i_1$ avec des angles non orientés).
3. L'angle i_2 de réfraction est lié à l'angle i_1 d'incidence par : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.



Les expressions avec des angles orientés montrent que le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont de l'autre côté de la normale, par rapport au rayon incident.

Ces lois ont pour conséquence la **loi de retour inverse de la lumière** : le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point A à un point B est le même que celui suivi pour aller de B à A.

Remarques

– Lorsque le rayon réfracté est présent, on néglige souvent le rayon réfléchi.
– Si la surface est un miroir, il n'y a pas de rayon réfracté.

❑ Réfraction limite et réflexion totale

– Si $n_2 > n_1$, il y a toujours un rayon réfracté (en plus du rayon réfléchi).

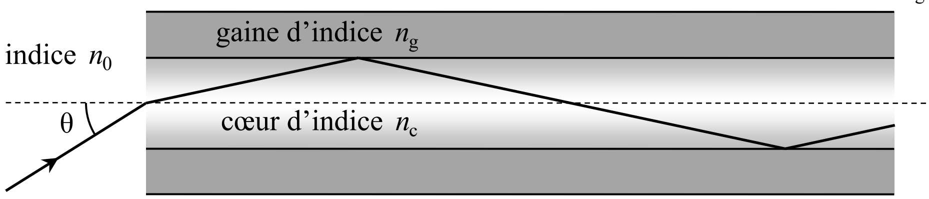
– Si $n_2 < n_1$, le rayon réfracté n'existe que lorsque l'angle i_1 est inférieur à une valeur limite, notée $i_{\lim}$: celle-ci correspond au cas où $i_2 = \dfrac{\pi}{2}$, soit $\boxed{i_{\lim} = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)}$.

Lorsque $i_1 > i_{\lim}$, il n'y a pas de réfraction, il y a donc **réflexion totale**.

⇨ **Méthode 1.1. Déterminer un rayon réfracté et étudier la réfraction limite**

❑ Application : fibre optique

Une application du phénomène de réflexion totale est la **fibre optique à saut d'indice** : un fil cylindrique transparent constitué d'un cœur d'indice n_c entouré d'une gaine d'indice $n_g < n_c$.



– Tout rayon pénétrant dans la fibre avec un angle $\theta < \theta_a$ sera guidé par réflexion interne : l'angle maximal θ_a caractérise le **cône d'acceptance** de la fibre. Son **ouverture numérique** est $o_n = n_0 \sin\theta_a$ où n_0 est l'indice du milieu extérieur. Le calcul donne $o_n = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$.

– Lors du guidage d'un faisceau lumineux dans une fibre optique de longueur donnée, tous les rayons n'ont pas la même durée de trajet : on appelle **dispersion intermodale** la différence de temps $\Delta\tau$ entre les rayons les plus lents et les rayons les plus rapides. Pour une bonne transmission de l'information, $\Delta\tau$ ne doit pas être trop élevée.

⇨ **Méthode 1.2. Établir l'expression de l'ouverture numérique d'une fibre optique**

■ Formation d'images par un système optique

❑ Système optique

Un **système optique** est un ensemble de dioptres et/ou de miroirs, qui modifie la trajectoire des rayons lumineux. Son rôle est de donner une image d'un objet.

❑ Stigmatisme, objets et images

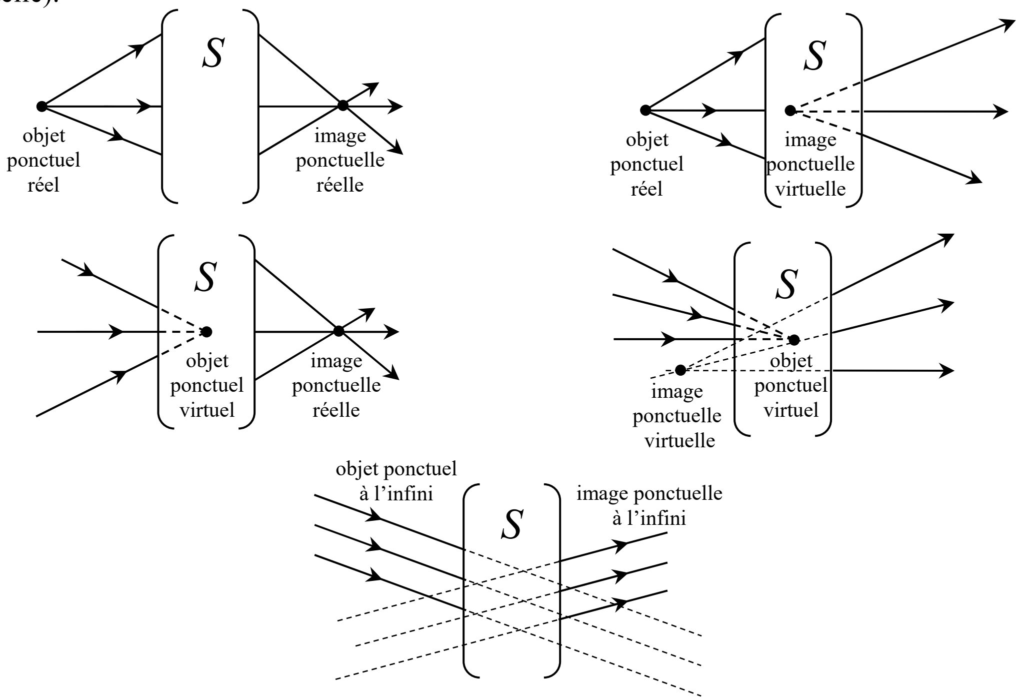
Une intersection d'un grand nombre de rayons incidents, ou de leurs prolongements, est appelée **point objet**. Il est **réel** si les rayons sont vraiment issus de ce point, et **virtuel** si seuls les prolongements des rayons convergent vers ce point. Des rayons incidents parallèles entre eux définissent un objet **à l'infini** (cas limite d'un objet réel ou virtuel).

Après la traversée d'un système optique, on peut envisager deux cas :

– soit les rayons émergents correspondant aux rayons issus de chaque point objet A convergent vers un point A' ou semblent provenir d'un point A', on dit alors que le système est **stigmatique** et A' est appelé **point image** de A ;

– soit ces rayons émergent de façon désordonnée, et le système n'est pas stigmatique.

Pour un système stigmatique, l'image est **réelle** si les rayons convergent vraiment vers A', et **virtuelle** s'ils semblent provenir de A' (leurs prolongements se coupant en A'). Enfin l'image est **à l'infini** si les rayons émergents sont parallèles entre eux (cas limite d'une image réelle ou virtuelle).

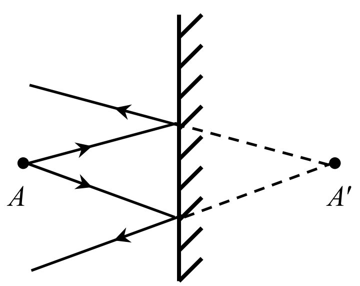


Un objet réel se trouve donc du côté de la lumière incidente, avant la face d'entrée du système, contrairement à un objet virtuel.
Une image réelle se trouve du côté de la lumière émergente, après la face de sortie du système, contrairement à une image virtuelle.

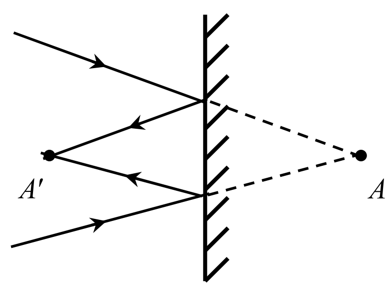
⇨ **Méthode 1.3. Calculer des distances à partir des angles**

❑ Exemple du miroir plan

Le miroir plan est un exemple simple de système optique.
L'image d'un point objet A par un miroir plan est un point image A' symétrique de A par rapport au miroir. Si A est réel, A' est virtuelle ; si A est virtuel, A' est réelle.



objet réel, image virtuelle



objet virtuel, image réelle

⇨ **Méthode 1.4. Déterminer l'image d'un objet par un miroir plan**

❑ Systèmes centrés

Définition

Un système optique est **centré** s'il possède un axe de symétrie de révolution, appelé **axe optique**. Un rayon incident confondu avec cet axe ne sera donc pas dévié par le système.
De plus, d'après la première loi de Snell–Descartes, un rayon incident contenu dans un plan méridien (contenant l'axe) sera ensuite réfracté et/ou réfléchi dans ce plan.

Aplanétisme

Un système centré sera utilisable comme instrument s'il possède la propriété d'**aplanétisme** : l'image d'un objet plan orthogonal à l'axe optique est également plane et orthogonale à l'axe.

Conditions de Gauss

Aucun système optique, excepté le miroir plan, n'est rigoureusement stigmatique ; cependant, les grains d'un détecteur (cellules de la rétine, d'une plaque numérique…) ne sont pas ponctuels mais ont eux-mêmes une certaine largeur, donc un stigmatisme approché est suffisant.
Pour les systèmes optiques centrés, on peut obtenir un stigmatisme approché en ne laissant pénétrer dans le système que les rayons **paraxiaux**, c'est-à-dire rencontrant le système près de l'axe optique et peu inclinés par rapport à celui-ci. Ce sont les **conditions de Gauss**, qui se réalisent pratiquement à l'aide d'un diaphragme et en observant des objets petits et/ou éloignés.

Foyers et plans focaux

Les systèmes optiques centrés, dans les conditions de Gauss, possèdent deux points particuliers :
– le **foyer principal objet** F dont l'image par le système est à l'infini sur l'axe ;
– le **foyer principal image** F', image d'un point objet situé sur l'axe et à l'infini.
Si ces deux points sont à l'infini, le système est dit **afocal** (c'est le cas du miroir plan).

Le plan passant par F (resp. F') et orthogonal à l'axe est le **plan focal objet** (resp. **image**).

– D'après la propriété d'aplanétisme, en dehors de F', tout point du plan focal image, appelé **foyer image secondaire**, est l'image d'un point objet situé à l'infini mais hors de l'axe.
– De même, en dehors de F, tout point du plan focal objet, appelé **foyer objet secondaire**, a son image à l'infini mais hors de l'axe.

■■ Méthodes

■ Comment utiliser les lois de Snell–Descartes ?

❑ Méthode 1.1. Déterminer un rayon réfracté et étudier la réfraction limite

– La loi de la réfraction donne $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin i_1$, d'où $i_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)$.

– Le rayon réfracté n'existe que si on trouve $\sin i_2 < 1$, donc si $\frac{n_1}{n_2}\sin i_1 < 1$ ou encore $\sin i_1 < \frac{n_2}{n_1}$. Cette condition est toujours vérifiée si $n_2 > n_1$; mais si $n_2 < n_1$ alors l'angle incident i_1 ne doit pas dépasser la valeur limite $i_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ pour que le rayon réfracté existe.

⇨ **Exercices 1.4 à 1.6, 1.8 à 1.13, 1.15**

Exemple : un rayon lumineux passe de l'eau ($n_1 = 1{,}3$) vers l'air ($n_2 = 1{,}0$). Le rayon incident forme un angle $i_1 = 30°$ avec la normale au dioptre au point d'intersection avec le dioptre. Le rayon réfracté formera avec cette même normale un angle $i_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right) = 40{,}6°$.

L'angle limite vaut $i_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 50{,}3°$. Les rayons ayant un angle incident supérieur à cette valeur ne donnent pas naissance à un rayon réfracté : dans ce cas, il y a seulement un rayon réfléchi et le dioptre se comporte comme un miroir.

❑ Méthode 1.2. Établir l'expression de l'ouverture numérique d'une fibre optique

– Après avoir défini les trois angles qui interviennent dans les calculs, on écrit la condition de réflexion totale sur le dioptre entre le cœur et la gaine, et la loi de la réfraction au point d'entrée dans la fibre (dioptre entre l'extérieur et le cœur).
– On relie géométriquement deux de ces angles, et la combinaison de toutes ces relations fait apparaître l'inégalité cherchée sur l'angle d'entrée.

⇨ **Exercice 1.15**