Formations & Techniques

MODÉLISATION DES SIGNAUX ET DES CIRCUITS POUR L'ÉLECTRONIQUE

Cours et exercices corrigés

Licence 1 & 2

Olivier Vanbésien

ellipses

Chapitre 1 – Analyse des circuits en régime continu

Première partie : Les lois de base en régime continu

Le but poursuivi par ce premier chapitre est d'établir, en nombre limité, quelques lois simples qui permettront d'acquérir progressivement les concepts d'analyse des circuits électriques et/ou électroniques, quels que soient leurs régimes de fonctionnement.

Pour cela, nous allons établir ces lois de base dans le cas le plus simple, à savoir le régime dit continu (ou indépendant du temps) dans lequel toutes les grandeurs sont des nombres réels constants. Nous verrons que tous les calculs sur les circuits électroniques reposent sur quelques lois algébriques simples à manipuler, pour peu que les conventions qui seront proposées soient scrupuleusement respectées.

I. Représentation d'un circuit

Initialement dans ce régime, tout circuit peut être modélisé sous la forme donnée dans la figure 1.1, à savoir une « source d'énergie ou générateur » reliée à une « charge » qui va utiliser cette énergie pour réaliser une fonction (lumière, mouvement, chauffage, …).

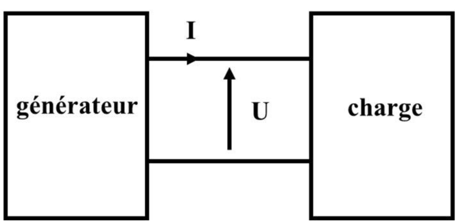

Figure 1.1 : Représentation schématique d'un circuit électrique/électronique

Sur cette base aussi simple soit-elle, nous allons proposer une description fonctionnelle sur la base « d'objets », élémentaires dans ce premier chapitre et qui se complexifieront tout au long de l'ouvrage, échangeant de l'énergie via des grandeurs physiques mesurables qu'il sera possible de mettre en équation. Ce que nous allons proposer est une modélisation macroscopique des phénomènes physiques ou autrement dit une représentation fidèle de la réalité, mais une représentation qui possède son propre domaine de validité qui peut facilement être mis en défaut sur des dispositifs avancés… Si le cas se présente pour une étude spécifique, il est alors parfois nécessaire de se retourner vers les bases de la physique pour compléter le modèle. Si l'on a parfois tendance à considérer un modèle comme une « vérité » intangible, l'histoire récente des sciences, notamment pour l'électronique lors de l'exploration des échelles nanométriques, nous a montré le contraire avec selon les cas de nécessaires évolutions ou transformations de modèles considérés comme établis. Malgré cet avertissement sur la possible précarité d'un modèle, il faut bien partir de notions de base les plus générales possibles pour décrire la réalité physique. A titre d'exemple pour décrire les propriétés électriques des circuits, nous utiliserons une variable macroscopique appelé le courant (I) sans pour autant nous intéresser au processus physique (déplacement de charges) donnant sa valeur…

Pour revenir à la figure 1.1 et à l'aspect modélisation de circuits, nous utiliserons tout au long de cet ouvrage, deux grandeurs macroscopiques mesurables :

- le courant ou l'intensité électrique, I dont l'unité est l'Ampère (A);
- la tension, U dont l'unité est le Volt (V).

Ces deux grandeurs vont nous permettre d'estimer les échanges d'énergie entre les différents éléments du circuit que nous allons maintenant détailler en introduisant quelques conventions d'usage qui permettront d'assurer la cohérence de la modélisation.

II. Les éléments du circuit (cas idéal)

1. Les générateurs

Un générateur est un dispositif présentant deux bornes, d'où la dénomination de dipôle. Ces deux bornes sont électriquement différentes, on dit alors que le dipôle est polarisé. Une borne sera notée « + » et l'autre sera notée « - ». L'énergie électrique se traduit par l'existence simultanée d'une tension U entre les deux bornes et d'un courant généré I.

Il existe deux types de générateurs :

- le générateur de tension : $U = Constante \ \forall I$;
- le générateur de courant : $I = Constante \ \forall U$.

La figure 1.2 donne les notations graphiques utilisées pour les deux types de générateurs. Sont donnés les symboles « officiellement » reconnus de nos jours, ainsi que des versions plus anciennes que l'on rencontre encore souvent dans la littérature ou sur le net.

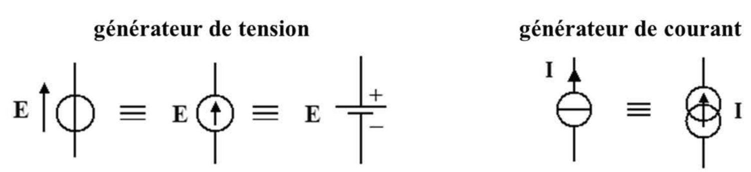

Figure 1.2 : Notations des générateurs de tension et de courant

La tension peut être également donnée sous la forme d'une différence de potentiel, exprimée également en Volts. Le potentiel est propre à un point du circuit tandis que la tension exprime la différence de potentiel entre deux points. Travailler avec la grandeur potentiel nécessite de se fixer un potentiel de référence, le plus souvent 0 (appelé masse électrique) en un point donné du circuit. En langage usuel, cette masse correspond à la mise à la terre (représentation symbolique donnée figure 1.3).

La convention suivante sera utilisée tout au long de cet ouvrage pour le lien tension/potentiel : $U_{AB} = V_A - V_B > 0$ sera représentée par une flèche issue du point B pointant vers le point A, comme le montre la figure 1.3.

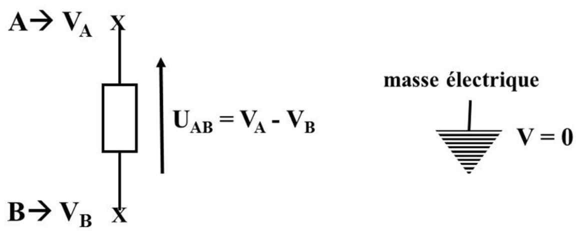

Figure 1.3 : Convention tension/différence de potentiel et symbole de la masse électrique (potentiel nul)

2. La charge

Une charge, appelée également récepteur électrique, est un élément présentant deux bornes identiques d'un point de vue électrique (dipôle non polarisé). C'est un élément qui convertit l'énergie électrique en une autre énergie, lumière, chaleur, mouvement ou son par exemple.

La charge est généralement symbolisée par la lettre R, pour résistance, représentée par un rectangle comme le montre la figure 1.4. Son unité est l'Ohm, symbolisé par Ω.

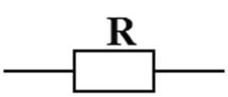

Figure 1.4 : Représentation d'un récepteur électrique

En pratique, ce récepteur peut prendre de nombreuses formes selon l'application visée par le circuit créé : cela peut être une ampoule pour conversion en énergie lumineuse, une résistance chauffante pour conversion en énergie thermique, une membrane vibrante pour conversion en énergie sonore, un moteur pour conversion en énergie mécanique, etc. Pour l'analyse des circuits, nous ne retiendrons dans tous les cas que la grandeur équivalente R qui symbolisera cette conversion en régime continu (nous verrons dans le deuxième chapitre qu'il sera parfois nécessaire de compléter cette description en régime dépendant du temps).

Le récepteur peut également être décrit par la notion de conductance $G = 1/R$. L'unité est alors le Siemens (S). On trouvera également l'Ohm à la puissance -1 (Ω^{-1}) ou le Mho (℧). Au-delà de sa signification en physique du solide, nous verrons que son utilisation en lieu et place de la résistance permet souvent une simplification des calculs.

Dans les circuits, nous serons également amenés à manipuler les valeurs asymptotiques de R et/ou G. On définit :

- le court-circuit (CC) : $R \to 0$ ou $G \to +\infty$. On le représente par un simple fil. A ses bornes, on peut écrire : $U = 0 \quad \forall I$;
- le circuit ouvert (CO) : $G \to 0$ ou $R \to +\infty$. On le représente par un fil coupé. A ses bornes, on peut écrire : $I = 0 \quad \forall U$.

III. Les trois lois fondamentales

Si l'on voulait simplifier à l'extrême, on pourrait affirmer que toute l'analyse des circuits et leur mise en équation repose sur trois lois simples et que tout le reste n'est que développement mathématique sur la base de ces trois lois. Intrinsèquement c'est vrai, dans la pratique, nous verrons divers outils qui pourront nous aider dans la résolution de problèmes liés à des circuits se complexifiant.

Ces trois lois sont :

- la loi d'Ohm;
- la loi des nœuds;
- la loi des mailles.

On retrouve les deux dernières sous l'appellation de lois de Kirchhoff. Avant de les présenter, il est nécessaire de se donner une convention de signes, puisque les tensions et courants que nous allons manipuler sont des grandeurs algébriques.

1. Convention de signes

La figure 1.5 explicite les conventions générateur et récepteur que nous allons utiliser.

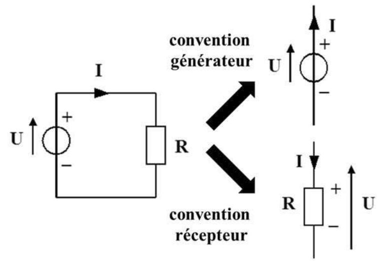

Figure 1.5 : Conventions générateur et récepteur

La physique (l'électrostatique) nous apprend que l'existence d'un courant correspond en général au déplacement d'une population d'électrons dans une direction particulière.

Au sein d'un générateur, le courant est compté positivement si le déplacement des charges négatives que sont les électrons se fait dans le sens des potentiels croissants (énergie potentielle décroissante), c'est-à-dire du « - » vers le « + » dans la représentation que nous nous sommes donnée. Dans un circuit extérieur, comme le montre la figure 1.5, cela correspond alors à un déplacement du « + » vers le « - ».

On aura donc les conventions suivantes pour considérer positivement courant et tension :

- convention générateur : U et I dans la même direction;
- convention récepteur : U et I de sens opposé.

2. Loi d'Ohm

La loi d'Ohm exprime la relation entre la tension U aux bornes d'un récepteur passif (résistance R) traversé par un courant I.

On écrit :

$$U = R.I$$

Si la convention récepteur (figure 1.5(c)) est vérifiée, alors toutes les grandeurs sont positives. Dans le cas contraire, il faut interpréter algébriquement cette loi. Si, dans un circuit, tension et courant se retrouvent lors de l'analyse dans le même sens, alors on écrira $U = -RI$, ce qui veut simplement dire que l'une des deux valeurs, U ou I, est négative (R toujours positif) et qu'il faut inverser sa direction si on souhaite la retrouver positive. Nous verrons que cet aspect « algébrique » est extrêmement important dans l'analyse des circuits et qu'il faut être très précis dans le respect des conventions pour éviter les erreurs de calcul.

La loi d'Ohm est une loi linéaire scalaire, version « simplifiée » de la loi vectorielle reliant densité de courant et champ électrique en électrostatique. On utilisera aussi sa version en fonction de la conductance ($I = G.U$) si nécessaire.

3. Loi des nœuds

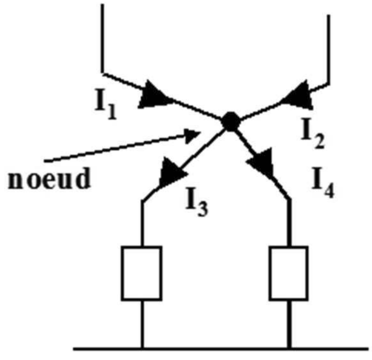

Figure 1.6 : Loi des nœuds

Un « nœud » est un point de rencontre de branches d'un circuit électrique, quel que soit leur contenu. D'un point de vue électrique, un nœud ne peut stocker aucune information. Sur un nœud, on écrit :

$$\sum_i I_i = 0$$

La somme s'entend au sens de somme algébrique, c'est-à-dire qu'il faut prendre en compte le sens du courant lors du décompte. C'est pour cela que l'on exprime souvent cette loi sous la forme : « au niveau d'un nœud, la somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants ».

Sur l'exemple de la figure 1.6, on obtient :

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0 \iff I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

4. Loi des mailles

Une « maille » est un circuit électriquement fermé contenant plusieurs dipôles, comme le montre l'exemple de la figure 1.7.

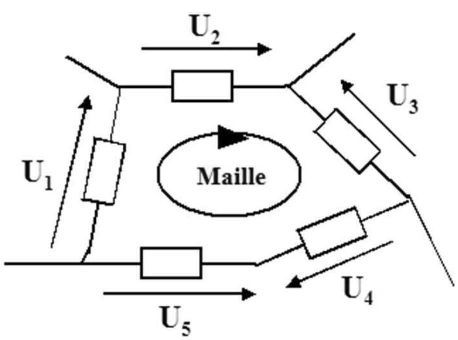

Figure 1.7 : Loi des mailles

En fonction des tensions définies aux bornes de chacun des dipôles, en parcourant la maille on peut écrire :

$$\sum_i U_i = 0$$

Comme pour la loi des nœuds, il s'agit d'une somme algébrique (l'orientation est importante). Pour l'exemple considéré, on obtient :

$$U_1 + U_2 - U_3 + U_4 - U_5 = 0$$

5. Introduction au principe de dualité

Dans les différentes lois que nous venons d'établir, nous pouvons remarquer que tensions et courants jouent des rôles tout à fait similaires dans les différentes équations que nous venons d'écrire. Le premier exemple est la loi d'Ohm qui présente deux expressions, $U = RI$ et $I = GU$. L'équation est « intrinsèquement » la même si on échange les rôles respectifs de U et I à condition de changer R en G. De même, l'expression de la loi des nœuds et de la loi des mailles est la même si l'on échange courant et tension… On dira que R et G, nœud et maille sont liés l'un à l'autre par le principe de dualité, ou duaux l'un de l'autre.

Si une loi existe pour U, alors une loi similaire peut être établie pour I. Nous reviendrons souvent tout au long de cet ouvrage sur ce principe de dualité qui, bien utilisé, permet de limiter les développements théoriques…

Deuxième partie : Méthodologie d'analyse des circuits

I. Associations de dipôles

Comme première application en analyse de circuits, nous allons considérer les associations de dipôles de type récepteur qui sont des applications immédiates des lois fondamentales énoncées dans le paragraphe précédent.

1. Association « série »

Comme le montre la figure 1.8, l'association série consiste à mettre en cascade plusieurs résistances et d'en chercher une résistance équivalente.

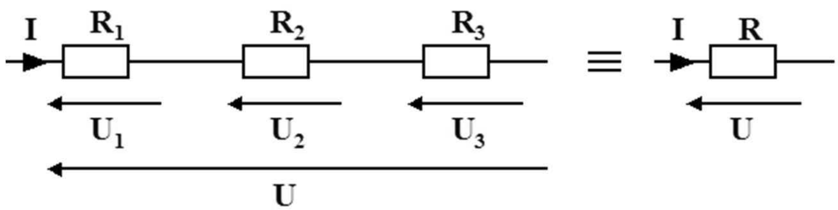

Figure 1.8 : Association série

La résistance équivalente recherchée doit être valable quel que soit le courant et la tension aux bornes de l'ensemble, comme si l'on avait aux bornes du circuit un générateur de tension U délivrant un courant I.

De la figure 1.8, on déduit :

- le courant I est le même partout dans le circuit;
- la tension U est la somme des trois tensions : $U = U_1 + U_2 + U_3$.

On a donc :

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \frac{U_3}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

Ce résultat peut se généraliser à un nombre quelconque de résistances à condition qu'elles soient toutes parcourues par la même courant :

$$R_{eq} = \sum_i R_i$$

Remarque : si l'une des résistances est un court-circuit (CC: $R \sim 0$) alors elle peut être ignorée, si l'une des résistances est un circuit ouvert (CO: $R \sim \infty$) alors le résultat est un circuit ouvert…

2. Association « parallèle »

L'association « parallèle », illustrée pour trois résistances figure 1.9, est la proposition duale de l'association série.

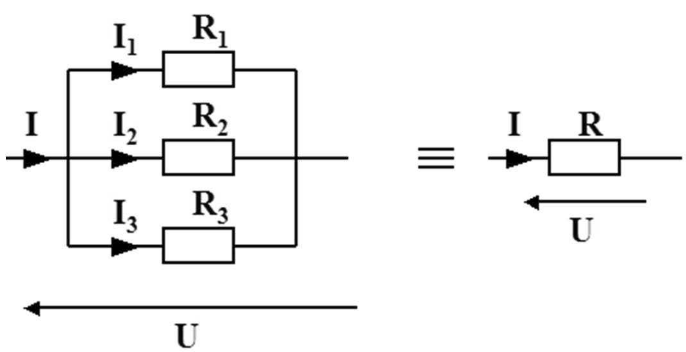

Figure 1.9 : Association parallèle

De la figure 1.9, on déduit :

- la tension U est la même aux bornes de chaque résistance;
- le courant I se partage (loi des nœuds) : $I = I_1 + I_2 + I_3$.

En vertu du principe de dualité, il va être beaucoup plus simple de passer par les conductances. On écrit :

$$\frac{1}{R} = G = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} + \frac{I_3}{U} = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

On n'obtient pas directement une expression simple avec les valeurs des résistances, par contre elle est immédiate en termes de conductance.

Ce résultat peut se généraliser à un nombre quelconque de résistances en parallèle, à condition qu'elles aient toutes la même tension à leurs bornes :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \qquad \left(G_{eq} = \sum_i G_i\right)$$