

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

$A(1,0)$

MATHÉMATIQUES EXPERTES

$B(-1,-2)$

Tle

Jean Wacksmann

Pour aller plus loin
en démontrant et en s'entraînant

**NOUVEAUX
PROGRAMMES**

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{2}} \geq \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

ellipses

Table des matières

1	Les nombres complexes	1
1.1	L'ensemble des nombres complexes	2
1.1.1	Axiomatique	2
1.1.2	Égalité dans \mathbb{C}	4
1.2	Addition - Multiplication dans \mathbb{C}	5
1.2.1	Addition	5
1.2.2	Multiplication	6
1.3	Représentations géométriques	11
1.3.1	Représentation ponctuelle d'un nombre complexe	11
1.3.2	Représentation vectorielle d'un nombre complexe	13
1.4	Conjugaison dans \mathbb{C}	16
1.4.1	Définition du conjugué	16
1.4.2	Propriétés de la conjugaison	18
1.5	Binôme de Newton dans \mathbb{C}	23
1.6	Module d'un nombre complexe	26
1.6.1	Définition du module	26
1.6.2	Propriétés du module	27
1.6.3	Ensemble des nombres complexes de module 1	31
1.6.4	Distance de deux points et module	32
1.7	Inégalité triangulaire dans \mathbb{C}	34
1.8	Exercices corrigés	37
2	Nombres complexes et trigonométrie	63
2.1	Forme trigonométrique d'un nombre complexe	63
2.1.1	Coordonnées polaires d'un point	63
2.1.2	Arguments d'un complexe non nul	66
2.1.3	Forme trigonométrique et multiplication dans \mathbb{C}^*	69

2.1.4	Forme trigonométrique et quotient	72
2.1.5	Forme trigonométrique et exposant entier	73
2.2	Forme exponentielle d'un nombre complexe	76
2.2.1	La définition	76
2.2.2	Propriétés	78
2.2.3	La trigonométrie et l'exponentielle complexe	81
2.3	Exercices corrigés	83
3	Équations polynomiales dans \mathbb{C}	101
3.1	Le second degré dans \mathbb{C}	102
3.1.1	Équation du second degré à coefficients réels	102
3.1.2	Racines carrées d'un nombre complexe	104
3.1.3	Équation du second degré à coefficients complexes	108
3.2	Polynômes dans \mathbb{C}	109
3.2.1	Définition d'un polynôme	109
3.2.2	Identification d'un polynôme	110
3.2.3	Factorisation de $z^n - a^n$	112
3.2.4	Racines d'un polynôme	114
3.3	Racines n -ièmes	118
3.3.1	Racines n -ièmes de l'unité	118
3.3.2	Racines n -ièmes d'un nombre complexe	122
3.4	Exercices corrigés	123
4	Angles dans le plan complexe	153
4.1	Angles orientés dans le plan complexe.	153
4.2	Exercices corrigés	159
5	Divisibilité dans \mathbb{Z}	189
5.1	Diviseurs d'un entier relatif	190
5.1.1	Exemple	190
5.1.2	Définitions	190
5.1.3	Propriétés de la relation divise	191
5.2	Division euclidienne dans \mathbb{Z}	196
5.2.1	Division euclidienne dans \mathbb{N}	197
5.2.2	Division d'un entier relatif par un entier naturel non nul	202
5.2.3	Division d'un entier relatif par un entier relatif non nul	205
5.3	Exercices corrigés	206

6	Congruences dans \mathbb{Z}	225
6.1	Définition - Caractérisation	226
6.1.1	Définition - Notations	226
6.2	Propriétés algébriques d'une congruence	230
6.2.1	Une relation d'équivalence	230
6.2.2	Compatibilité de l'addition avec une congruence.	232
6.2.3	Compatibilité de la multiplication avec une congruence.	234
6.2.4	Exposants et congruences	238
6.3	Exercices corrigés	239
7	PGCD de deux entiers	267
7.1	Plus grand commun diviseur	268
7.1.1	Un exemple - Trois remarques préalables	268
7.1.2	Définition du plus grand commun diviseur de deux entiers	269
7.1.3	Premières propriétés du pgcd	269
7.1.4	Algorithme d'Euclide	275
7.1.5	Propriété multiplicative du pgcd	278
7.2	Entiers premiers entre eux	280
7.2.1	Définition - caractérisation du pgcd de deux entiers	280
7.2.2	Caractérisation de deux entiers premiers entre eux	282
7.2.3	Caractérisation de Bezout du pgcd de deux entiers	287
7.3	Le théorème de Gauss	290
7.3.1	Le théorème	290
7.3.2	Résolution de l'équation $ax \equiv b[n]$	294
7.3.3	Équation diophantienne $ax + by = c$	295
7.4	Exercices corrigés	302
8	Nombres premiers	347
8.1	Définition - Propriétés	348
8.1.1	Définition d'un nombre premier	348
8.1.2	Propriétés	349
8.1.3	Divisibilité par un nombre premier	351
8.1.4	Petit théorème de Fermat	355

8.2	Factorisation d'un entier $n \geq 2$	358
8.2.1	Existence de la factorisation	358
8.2.2	Unicité de la factorisation	361
8.2.3	Applications de la factorisation d'un entier	363
8.3	Exercices corrigés	367
9	Calcul Matriciel	395
9.1	Définitions et égalité matricielle	396
9.1.1	Les définitions	396
9.1.2	Égalité matricielle	397
9.2	Addition - Multiplication par un réel	397
9.2.1	Addition	397
9.2.2	Multiplication d'une matrice par un réel	398
9.3	Multiplication matricielle	400
9.3.1	Multiplication d'une matrice ligne par une matrice colonne	400
9.3.2	Multiplication d'une matrice $n \times p$ par une matrice colonne	401
9.3.3	Multiplication d'une matrice ligne par une matrice $n \times p$	402
9.3.4	Multiplication de deux matrices quelconques	403
9.4	Matrices carrées	404
9.4.1	Matrices carrées particulières	404
9.4.2	Matrice inversible	406
9.4.3	Cas particulier des matrices carrées d'ordre 2.	413
9.4.4	Puissance d'une matrice carrée.	415
9.5	Exercices corrigés	418
10	Graphes	449
10.1	Graphes non orientés	450
10.1.1	Les définitions - Le vocabulaire	450
10.1.2	Propriétés des degrés des sommets	451
10.1.3	Chaînes d'un graphe non orienté	453
10.2	Matrice associée à un graphe - Graphe orienté	456
10.2.1	Matrice d'adjacence	456
10.2.2	Graphe orienté	457
10.2.3	Puissances d'une matrice d'adjacence	459
10.3	Exercices corrigés	461

11 Matrices et processus d'évolution	467
11.1 Suite de matrices colonnes	468
11.1.1 Les définitions	468
11.1.2 Suite géométrique de matrices	469
11.1.3 Suite arithmético-géométrique de matrices	470
11.2 Chaînes de Markov	472
11.2.1 Etude d'un exemple	472
11.2.2 Les définitions	475
11.2.3 Propriétés d'une chaîne de Markov	476
11.3 Exercices Corrigés	481