

MÉCANIQUE DES FLUIDES

Applications :
vérins, pompes,
turbines, CTA,
éoliennes

François Martin



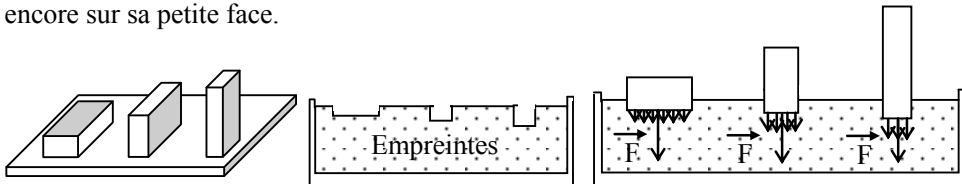
CHAPITRE 1 : Statique des fluides

1. La notion de pression

1.1. Le cas d'un solide homogène posé sur un plan horizontal

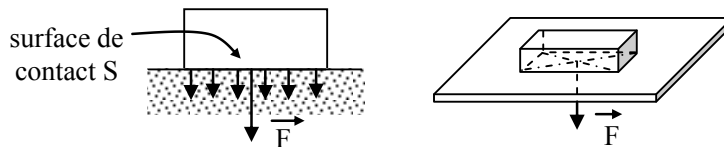
• Définition

Une brique posée horizontalement sur du sable fin et sec laisse une empreinte qui n'est pas la même si elle est posée sur sa grande face, ou sur sa face moyenne ou encore sur sa petite face.



L'empreinte laissée dans le sol est d'autant plus profonde que la surface de contact est plus petite. Pourtant la force \vec{F} , exercée par la brique sur le sable est restée la même. C'est une action uniformément répartie sur la surface de contact. Son intensité est égale à celle de son poids.

On dit que plus la brique s'enfonce, plus la pression qu'elle exerce sur le sol est importante. Cette notion de pression est liée à la fois à la force exercée et à la taille de la surface de contact.



Définition de la pression, p , exercée par un objet sur le sol horizontal

La force résultante, \vec{F} , exercée par l'objet sur le sol, appelée la force pressante, est perpendiculaire au sol. Dans ce cas, on appelle pression, p , exercée par l'objet sur le sol la grandeur $p = \frac{F}{S}$.

$$p = \frac{F}{S} \text{ en N/m}^2$$

Unité pression

F s'exprime en newton : [N] et la surface S en m^2 .

La pression p s'exprime en N/m^2 . Cette unité est appelée le pascal, notée Pa

Observation :

$$p \text{ en N/m}^2 \text{ noté pascal [Pa] ; } 1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$$

On utilise souvent une unité appelée le bar. Elle est liée à la pression atmosphérique : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

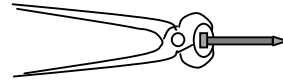
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

• Applications pratiques

Comme on vient de le voir, sous l'effet de la pression, le sol ou tout autre objet subit une déformation. Il y a deux cas à considérer : ou bien on cherche à déformer un objet ou bien on veut éviter de le déformer.

On cherche à déformer un objet

C'est le cas lorsque l'on veut couper un clou en deux par exemple. On cherche à obtenir une déformation importante mais localisée. Pour cela, il faut une force localisée sur la plus petite surface possible ; donc une forte pression. C'est pourquoi, on réduit au maximum la surface pressée, en utilisant une tenaille.



On veut éviter de déformer un objet

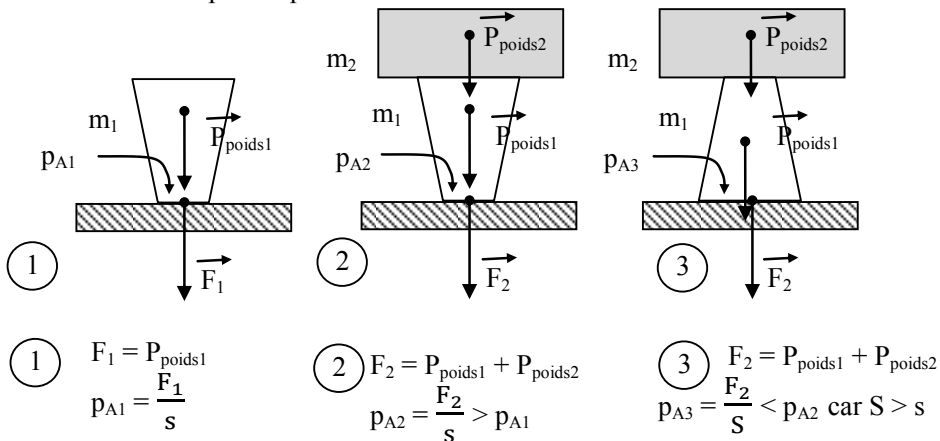
C'est le cas lorsqu'on construit une habitation. Pour que la déformation soit la plus faible possible, il faut diminuer la pression. On le fait en augmentant le plus possible la surface pressée. Il en va de même pour un skieur.



• Propriété d'un solide

Un solide transmet les forces, mais ne transmet pas les pressions

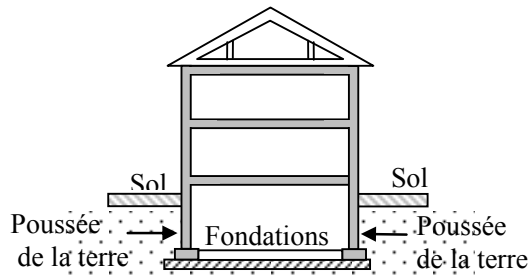
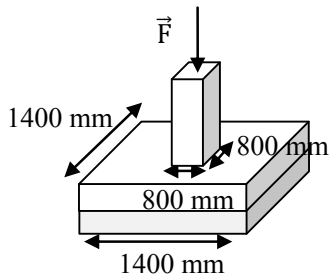
On étudie l'exemple simple suivant.



La force pressante est la somme des poids des deux solides, par contre la pression est modifiée si la surface de contact change même si la force pressante reste la même (figures 2 et 3).

• Exercice

La maison suivante repose sur quatre piliers. Le sol est en calcaire : la pression maximale est comprise de 1,30 à 4,5 MPa.



Question : Quelle est la masse maximale de la maison ?

Réponse

On étudie la pression exercée par un pilier. $F < p_{\max} \cdot S$ avec $F = P_{\text{oïds}} / 4$ et $P_{\text{oïds}} = m \cdot g$.
Donc $m < (4 \cdot p_{\max} \cdot S / g)$. Si $p_{\max} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, $m < 4 \times 10^6 \times 1,4^2 = 7840 \cdot 10^3 \text{ kg}$ soit
 $m < 7840 \text{ tonnes}$.

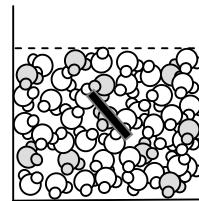
1.2. Pression en un point d'un liquide

• Pression en un point d'un liquide

Un liquide exerce des forces sur tous les objets qui sont à son contact

Un liquide est constitué principalement de molécules tassées les unes contre les autres parce qu'il existe des forces d'attraction qui les maintiennent ensemble, sans pour autant les empêcher de se déplacer. Ces molécules bougent sans arrêt, dans tous les sens.

Si on place un objet dans un liquide, chacune de ses parois est soumise à des milliers de forces infiniment petites dues aux chocs des molécules contre elles. La résultante de ces forces microscopiques représente l'action du liquide sur la paroi considérée.

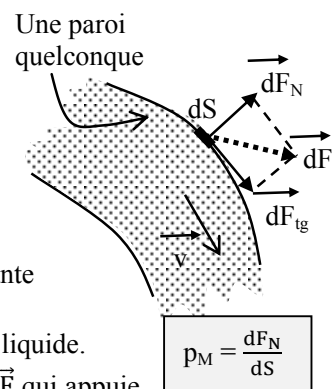


L'action du liquide sur un élément de paroi

On considère un liquide qui coule le long d'une paroi. Celui-ci exerce sur chaque surface élémentaire de la paroi, d'aire infiniment petite dS une force due aux chocs des molécules, notée \vec{dF} uniformément répartie sur la surface si celle-ci a été choisie suffisamment petite. Cette force peut être remplacée par :

- une composante normale \vec{dF}_N appelée la force pressante exercée par le liquide sur la portion de paroi d'aire dS .
- une composante tangentielle \vec{dF}_{tg} liée à la viscosité du liquide.

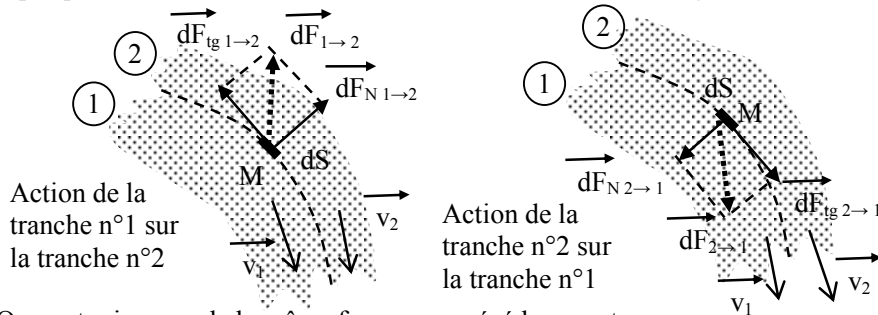
La composante normale \vec{dF}_N est la partie de la force \vec{dF} qui appuie sur la paroi, qui cherche à la déformer. Par comparaison avec la définition de la pression vue dans le cas d'un solide, on appelle pression au point M centre de la surface d'aire dS , notée p_M , la grandeur $p_M = \frac{dF_N}{dS}$.



Pression en un point d'un liquide

Quelle que soit sa nature, un liquide est plus ou moins visqueux. Lorsqu'il est en mouvement, toutes les parties du liquide ne s'écoulent pas de la même manière. Dans un souci de simplification, on peut imaginer que le liquide est constitué de couches qui glissent les unes sur les autres, à des vitesses différentes.

On en considère deux, avec leur surface de séparation matérialisée par un pointillé. Si la vitesse v_2 de la tranche n°2 est supérieure à la vitesse v_1 de la tranche n°1, la tranche n°2 est freinée par la tranche n°1. Par contre, d'après le principe des actions réciproques, la tranche n°2 entraîne la tranche n°1 dans son sillage.



On peut raisonner de la même façon que précédemment.

$\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}}$ représente la force exercée par la couche n°1 sur la couche n°2 au niveau de l'élément de surface fictive dS avec $\overrightarrow{dF_{N1 \rightarrow 2}}$ la force pressante exercée par la couche n°1 sur la couche n°2. Bien évidemment, de la même manière, la couche n°2 exerce sur la couche n°1 une force $\overrightarrow{dF_{2 \rightarrow 1}}$ avec $\overrightarrow{dF_{N2 \rightarrow 1}}$ la force pressante exercée par la couche n°2 sur la couche n°1. Les forces tangentielles, $\overrightarrow{dF_{tg1 \rightarrow 2}}$ $\overrightarrow{dF_{tg2 \rightarrow 1}}$ sont des forces de frottement dues à la viscosité exercées par les molécules de part et d'autre de la paroi fictive imaginaire.

Comme l'écoulement se fait parallèlement à la paroi fictive, il n'y a pas de mouvement perpendiculaire. Les deux forces pressantes sont égales et opposées : $\overrightarrow{dF_{N2 \rightarrow 1}} = -\overrightarrow{dF_{N1 \rightarrow 2}}$. Leur intensité commune est notée dF_N . On peut ainsi définir la pression au point M du liquide par la relation $p_M = \frac{dF_N}{dS}$

Les forces de viscosité

Des études ont montré que les forces de viscosité dépendent de la vitesse d'écoulement du liquide. Si celui-ci est au repos, les forces dues à la viscosité sont nulles, donc les composantes tangentielles exercées par liquide sont nulles :

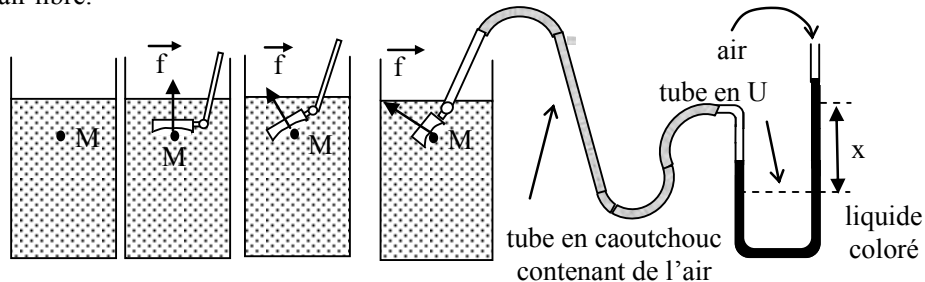
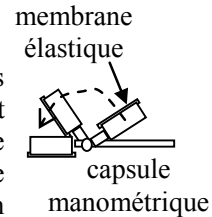
$$\overrightarrow{dF_{tg2 \rightarrow 1}} = \vec{0} ; \overrightarrow{dF_{tg1 \rightarrow 2}} = \vec{0} .$$

• **Liquide au repos**

On a vu qu'un liquide au repos n'exerce que des forces pressantes, c'est-à-dire des forces perpendiculaires sur tout objet en son contact. Celles-ci caractérisent la notion de pression, les forces tangentielles dues à la viscosité sont nulles.

La capsule manométrique

C'est un appareil qui permet d'illustrer les constatations précédentes. Une capsule manométrique se compose d'un petit récipient métallique ou en plastique fermé par une fine membrane en caoutchouc. Le récipient communique avec un tube en verre, ayant la forme d'un U, par l'intermédiaire d'un tuyau en caoutchouc. Le tube en U contient un liquide coloré. Il est ouvert à l'air libre.

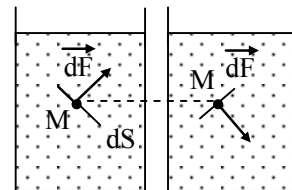


Si on appuie sur la membrane, c'est-à-dire si on exerce une force on constate que le liquide monte dans la branche du tube en U ouverte à l'air libre. Il monte d'autant plus que l'intensité de la force est plus grande.

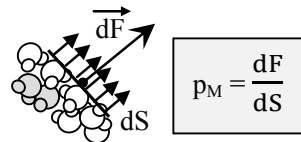
Si on introduit la capsule dans un liquide, il se produit une dénivellation x dans le tube en U. La membrane s'est donc déformée. On sait qu'elle est soumise à des forces exercées par les molécules du liquide qui entre en collision avec elles. Si on fait tourner la capsule autour du centre de la membrane matérialisé par le point M, on constate que la dénivellation ne change pas. Donc l'intensité de la force exercée par les molécules n'a pas changé alors que sa direction a varié. Cette expérience montre qualitativement que lorsqu'il est au repos le liquide exerce une force sur la membrane dont la direction reste toujours perpendiculaire à celle-ci.

Pression «en un point» d'un liquide au repos

Un liquide au repos exerce sur tout élément de surface infiniment petit dS , fictif ou non, une force dite pressante, \vec{dF} , (résultante des forces dues aux chocs des molécules) perpendiculaire à cet élément, s'appliquant au point M centre de la surface. Son intensité est indépendante de l'orientation de cette surface.



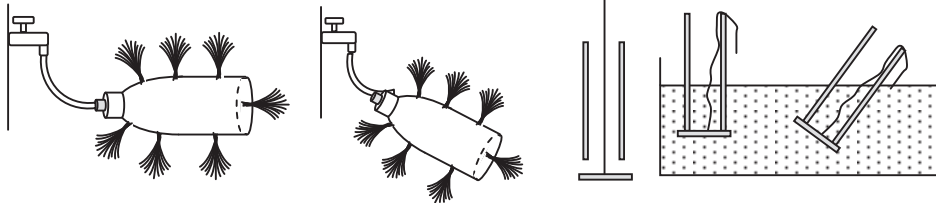
On appelle p_M pression, au point M, la pression exercée par le liquide sur la surface dS : $p_M = \frac{dF}{dS}$. Evidemment le liquide exerce une force pressante de chaque côté de la surface.



• Expériences simples montrant les forces pressantes exercées par un liquide

La bouteille plastique percée de petits trous.

Lorsqu'on envoie de l'eau sous pression dans la bouteille, on constate qu'au voisinage des trous, les jets d'eau sont perpendiculaires à la paroi de la bouteille.

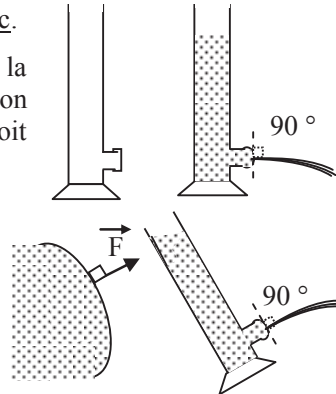


Tube muni d'un disque métallique permettant de l'obstruer.

On constate que le disque reste appliqué contre le tube quelle que soit son orientation, lorsque l'ensemble est plongé dans l'eau. Il ne glisse pas latéralement.

Tube avec sortie munie d'une membrane en caoutchouc.

Si, après avoir rempli le tube avec de l'eau, on perce la membrane avec une aiguille, on constate que la direction du jet est perpendiculaire à la membrane quelle que soit l'orientation du tube.



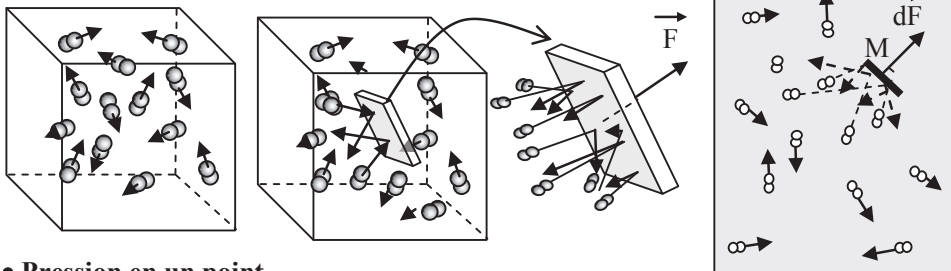
Conclusion

Un liquide en équilibre, c'est-à-dire au repos exerce sur tout élément de surface en contact avec ce liquide, une force pressante perpendiculaire à cet élément.

1.3. Pression en un point d'un gaz

• Propriété d'un gaz

Un gaz est de la matière diluée : il est constitué de molécules, éloignées les unes des autres, en mouvement perpétuel et désordonné.



• Pression en un point

Pour un gaz, on peut effectuer la même étude que dans le cas d'un liquide.

Définition

Comme dans le cas d'un liquide, par l'intermédiaire des chocs de ses molécules, un gaz au repos exerce sur tout élément de surface infiniment petit, dS , une force, infiniment petite notée \vec{dF} , perpendiculaire à cet élément, appelée force pressante, dont l'intensité est indépendante de son orientation. On appelle pression au point M, centre de cette surface, la grandeur : $p_M = \frac{dF}{dS}$

$$p_M = \frac{dF}{dS}$$

Propriété

Comme un gaz est très dilué, sa masse volumique est faible. On vérifiera ultérieurement que tous les points sont pratiquement toujours à la même pression : $p_N \approx p_O$, s'ils ne sont pas à grande distance les uns des autres.



• **Le cas de l'atmosphère**

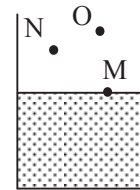
La valeur de la pression atmosphérique

La pression atmosphérique $p_{atm} \approx 10^5$ Pascal. Elle est à peu près constante si on ne s'éloigne pas trop du sol. Ainsi, tous les points au contact de l'atmosphère sont à la pression atmosphérique.

$$p_N \approx p_O$$

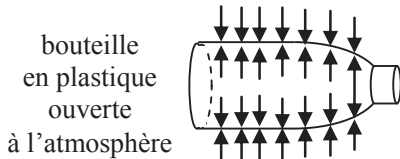
$$p_{atm} \approx 10^5 \text{ Pa soit } 1 \text{ bar ; } p_{atm} \approx \text{constante}$$

$$p_N \approx p_O \approx p_M \approx p_{atm}$$

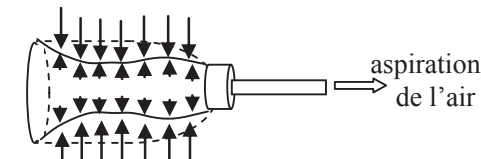


Expérience montrant la présence de la pression atmosphérique

Lorsque la bouteille en plastique est ouverte à l'atmosphère, les forces pressantes qu'exerce l'air à l'intérieur et à l'extérieur se compensent. Mais dès que l'on aspire l'air intérieur, les forces pressantes de l'air intérieur deviennent plus faibles et ne peuvent plus compenser celles à l'extérieur : la bouteille se comprime.



bouteille en plastique ouverte à l'atmosphère



Si on aspire l'air à l'intérieur de la bouteille, on constate qu'elle s'écrase sur elle-même.

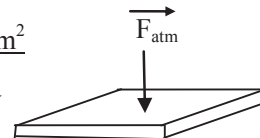
Observation

On sait que la pression atmosphérique varie suivant les conditions météorologiques. Mais cette variation est très faible. On la considère comme négligeable.

• **Influence de l'atmosphère**

Force exercée par l'atmosphère sur une surface vitrée de 1 m²

L'intensité de la force pressante exercée par l'air sur la surface S a pour intensité : $F_{atm} = p_{atm} \cdot S = 10^5 \times 1 = 10^5 \text{ N}$.



Pour pouvoir se rendre compte de l'énormité de cette force, on suppose que l'on dispose d'un objet de poids égal à 10^5 N . Sa masse $m = P/g = 10^5/9,81 \approx 10194 \text{ kg}$ si

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$. L'objet a une masse de 10,2 tonnes. Donc tout se passe comme si l'on déposait un objet de 10 tonnes sur la vitre de 1 m^2 de surface ! Heureusement que de l'autre côté de la vitre il y a une force pressante identique sinon la vitre exploserait.

Pourquoi le papier reste-t-il collé sur le verre ?

Mais attention, le papier ne reste collé contre le verre que s'il n'y a pas de bulle d'air dans le verre de l'autre côté du papier.

Le verre est considéré comme un cylindre de rayon $R = 4 \text{ cm}$ et de hauteur $H = 9 \text{ cm}$. Le papier est soumis à deux forces.

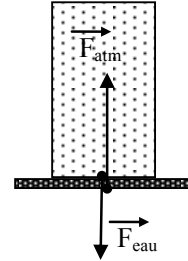
- la force pressante exercée par l'atmosphère d'intensité F_{atm}

$$F_{\text{atm}} = p_{\text{atm}} \cdot S = 10^5 \times \pi \times (4 \cdot 10^{-2})^2 \approx 5027 \text{ N} ;$$

- la force pressante exercée par l'eau qui est égale à son poids

$$F_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} \cdot g = \rho_{\text{eau}} \cdot V \cdot g = \rho_{\text{eau}} \cdot H \cdot S \cdot g = 1000 \times 9 \cdot 10^{-2} \times \pi \times (4 \cdot 10^{-2})^2 \times 9,81 \approx 4,44 \text{ N}.$$

Comme $F_{\text{atm}} > F_{\text{eau}}$ le papier reste plaqué contre le verre.



• La pression relative

Définition

Comme on est toujours en contact avec l'atmosphère, on ne ressent plus son action. C'est pourquoi, dans la vie courante, on a tendance à considérer la pression atmosphérique comme nulle. On mesure alors les autres pressions par rapport à celle de l'atmosphère : on dit que l'on raisonne en pression relative. Celle-ci représente la différence de pression entre celle mesurée et la pression atmosphérique : $p_{\text{relative}} = p - p_{\text{atmosphère}}$. La pression réelle, p , est souvent appelée la pression absolue.

Observation

La pression relative peut être positive ou négative suivant que la pression absolue soit supérieure ou inférieure à la pression atmosphérique.

$$p_{\text{relative}} = p - p_{\text{atmosphère}}$$

$$p_{\text{atmosphère}} = 1 \text{ bar}$$

1.4. Le manomètre

Un manomètre est un appareil de mesure de la pression, c'est-à-dire un dispositif capable de mesurer la pression dans un liquide (ou dans un gaz). La plupart des manomètres mesurent la pression relative. Le zéro de la graduation correspond à la pression atmosphérique.

• Le manomètre à tube de bourdon

Le tout premier manomètre

C'est l'ingénieur Bourdon qui a été le premier à mettre au point en 1849 un manomètre. Il avait remarqué que l'extrémité libre fermée d'un serpentín en plomb contenant de l'eau se déplaçait proportionnellement à la pression de l'eau. Le manomètre qu'il a créé est appelé manomètre à tube de Bourdon. Il est encore très utilisé pour la mesure de pression.