

Abir Lassoued
Olfa Boubaker

Élèves
ingénieurs
Licence
Master

Systemes non-linéaires

Cours et exercices avec solutions



Table des matières

Chapitre 1 – Introduction aux systèmes non-linéaires	9
1.1. Introduction	9
1.2. Systèmes linéaires : quelques rappels.....	10
1.2.1. Représentation d'état linéaire et point d'équilibre	12
1.2.2. Propriétés.....	13
1.2.3. Limitations d'une représentation linéaire.....	14
1.3. Systèmes non-linéaires	17
1.3.1. Classement des non-linéarités	17
1.3.2. Non-linéarités statiques	18
1.3.3. Représentation d'état non-linéaire.....	21
1.3.4. Points d'équilibre	24
1.3.5. Linéarisation.....	24
1.3.6. Portrait de phase et attracteurs	24
1.4. Signatures des systèmes non-linéaires	28
1.4.1. Inapplicabilité du principe de superposition	28
1.4.2. Temps d'évasion fini	29
1.4.3. Points d'équilibre et sensibilité aux conditions initiales	30
1.4.4. Dépendance de la stabilité du signal d'entrée	31
1.4.5. Apparition des sous-harmoniques	33
1.4.6. Cycles limites	35
1.4.7. Bifurcations	36
1.4.8. Chaos.....	38
1.4.9. Coexistence de plusieurs dynamiques.....	39

1.5. Conclusion	40
Exercices du chapitre 1	41
Solutions des exercices du chapitre 1	51
Chapitre 2- Méthode du plan de phase	61
2.1. Introduction	61
2.2. Principes de l'analyse dans le plan de phase	61
2.2.1. Portrait de phase	62
2.2.2. Points singuliers	67
2.2.3. Symétrie dans le plan de phase	69
2.3. Comportement qualitatif des systèmes linéaires	69
2.4. Comportement qualitatif des systèmes non-linéaires	70
2.5. Cycles limites	77
2.6. Existence des cycles limites	80
2.7. Conclusion	81
Exercices du chapitre 2	82
Solutions des exercices du chapitre 2	89
Chapitre 3- Stabilité au sens de Lyapunov	107
3.1. Introduction	107
3.2. Définitions fondamentales	108
3.3. Théorie de Lyapunov	114
3.4. Principe d'invariance	119
3.5. Application de la théorie de Lyapunov aux systèmes linéaires	124

3.6. Conclusion	126
Exercices du chapitre 3	126
Solutions des exercices du chapitre 3	129
Chapitre 4- Bifurcations et chaos	139
4.1. Introduction	139
4.2 Bifurcations	139
4.2.1 Définitions.....	140
4.2.2 Différents types de bifurcation.....	142
4.3 Route vers le chaos	155
4.3.1 Bifurcation par dédoublement de la période	155
4.3.2 Route vers le chaos : cascades de bifurcations par dédoublement de la période	156
4.4 Signature du chaos	156
4.4.1 Dissipativité.....	157
4.4.2 Attracteur étrange.....	157
4.4.3 Sensibilité aux conditions initiales	158
4.4.4 Exposants de Lyapunov	159
4.4.5 Dimension de Kaplan-Yorke.....	161
4.5 Systèmes chaotiques basiques	161
4.5.1 Famille de Lorenz.....	161
4.5.2 Système de Rössler.....	165
4.6 Conclusion	166
Exercices du chapitre 4	166
Solutions des exercices du chapitre 4	169

Chapitre 5- Commande linéarisante par bouclage statique .	185
5.1. Introduction	185
5.2. Position du problème	186
5.2.1. Problématique	186
5.2.2. Problème de stabilisation	188
5.2.3. Problème de poursuite	190
5.2.4. Relation entre stabilisation et poursuite	190
5.3. Concepts intuitifs	192
5.4. Linéarisation entrée-sortie et dynamiques internes	196
5.5. Outils mathématiques	198
5.6. Forme canonique normale	203
5.7. Linéarisation entrée-sortie	208
5.7.1. Cas des systèmes monovariabiles	208
5.7.2. Extension au cas des systèmes multivariabiles	211
5.8. Conclusion	212
Exercices du chapitre 5	213
Solutions des exercices du chapitre 5	219
Bibliographie	231
Index	235