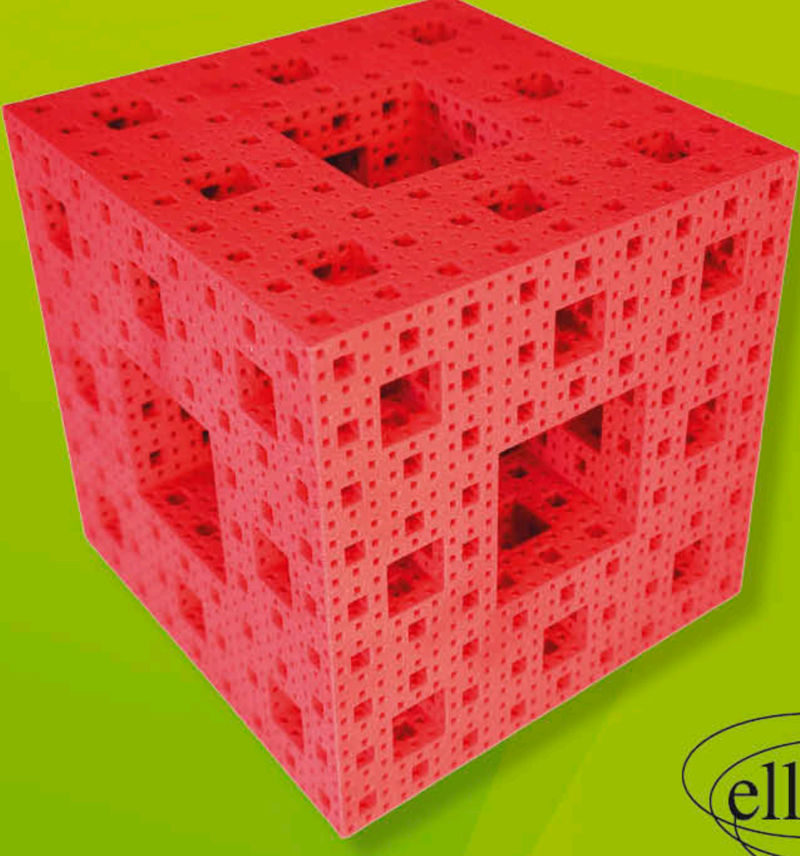
CRÉATIONS NUMÉRIQUES

Géométrie dans l'espace et IMPRESSION 3D

PROGRAMMES TÉLÉCHARGEABLES

Apprendre à utiliser GeoGebra 3D et OpenSCAD pour imaginer et réaliser ses propres objets

Julien Jacquet



ellipses

Chapitre B

PRISE EN MAIN DE GEOGEBRA

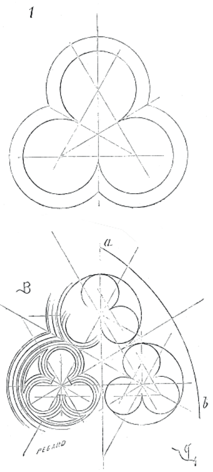
1. Construction de figures planes

Avant de se lancer dans la construction de solides en trois dimensions, commençons à utiliser GeoGebra **Géométrie** pour construire des figures planes.

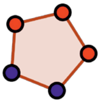
https://www.geogebra.org/geometry

Ces figures planes pourront ensuite facilement être épaissies pour être imprimées en relief ; nous verrons un peu plus tard la méthode.

Pour commencer à prendre en main GeoGebra, construisons un élément d'architecture appelé trilobe, présent dans les cathédrales gothiques.

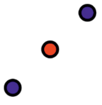


Ce tracé de Viollet-le-Duc (*Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI^e au XVI^e siècle*) montre que les trois arcs de cercle sont construits à partir d'un triangle équilatéral et sont centrés sur les sommets. Leurs extrémités sont les milieux des côtés du triangle. Nous avons donc besoin des outils suivants :



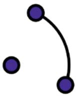
Polygone régulier

Sélectionner (ou créer) deux points (deux sommets consécutifs) ; une boîte de saisie s'ouvre, indiquer le nombre total de sommets du polygone régulier.



Milieu ou centre

Sélectionner (ou créer) deux points, ou un polygone, ou un cercle, etc. pour construire le milieu ou le centre de l'objet.



Arc de cercle

Sélectionner (ou créer) le centre du cercle puis deux points (les extrémités de l'arc). L'ordre dans lequel ces deux points sont sélectionnés détermine le tracé du « petit » ou du « grand » arc de cercle.

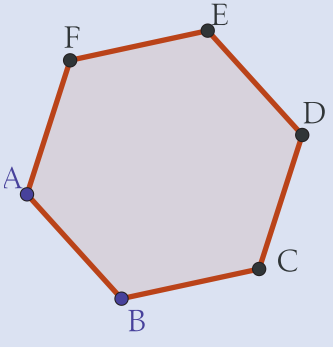
L'outil suivant est toujours utile :

Déplacer

Cliquer sur un objet pour le déplacer.

Tous les points (et tous les objets) ne peuvent pas être déplacés après construction. Leur couleur permet de visualiser lesquels sont libres (que l'on peut déplacer librement), semi-libres (que l'on peut déplacer selon une contrainte, par exemple un point sur une droite) ou fixés (que l'on ne peut pas déplacer, par exemple le milieu d'un segment).

Exemple : construction d'un hexagone régulier à l'aide de l'outil **polygone régulier**.

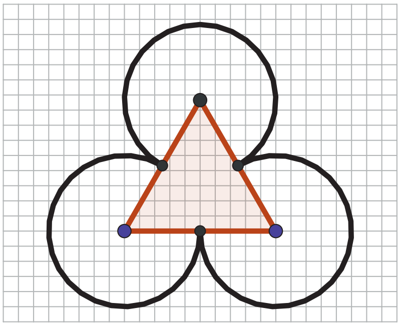


Les deux points A et B sont bleus, ce sont deux points libres.

En revanche, les autres sont gris foncé, donc fixés, car construits en fonction des deux points A et B. Ils ne peuvent donc pas être déplacés à la souris.

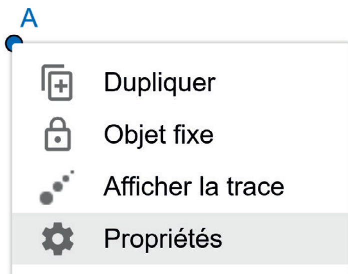
Débutons la construction du trilobe. Avec l'outil **Polygone régulier**, cliquons à deux endroits de la fenêtre graphique pour placer deux points. Saisissons la valeur 3 dans la boîte de dialogue qui s'affiche. Puis, plaçons les milieux des trois côtés avec l'outil **Milieu ou centre** en cliquant sur chaque segment. Il reste à tracer les trois arcs de cercle.

Sélectionnons l'outil **Arc de cercle (centre-2 points)**, puis cliquons d'abord sur un sommet du triangle pour placer son centre et ensuite sur les milieux des deux côtés adjacents pour placer ses extrémités.

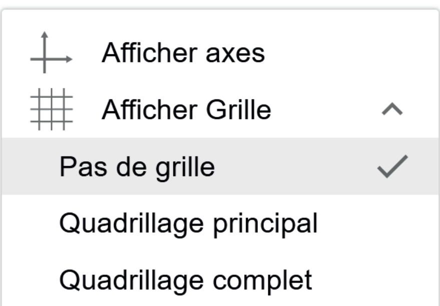


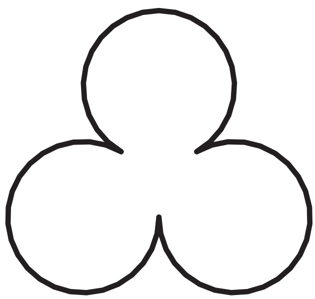
Attention, l'ordre dans lequel ces deux points sont sélectionnés détermine le tracé du « petit » ou du « grand » arc de cercle. Ici, il faut sélectionner les points dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (appelé en mathématiques le sens direct ou le sens trigonométrique).

Enfin, dans les propriétés du triangle et des points (clic droit → **Propriétés**), décochons **Afficher l'objet** pour enlever les tracés de construction et ne laisser que le trilobe.



On peut aussi enlever les axes et la grille en effectuant un clic droit dans la vue graphique puis en décochant **Afficher axes** et **Afficher Grille**.

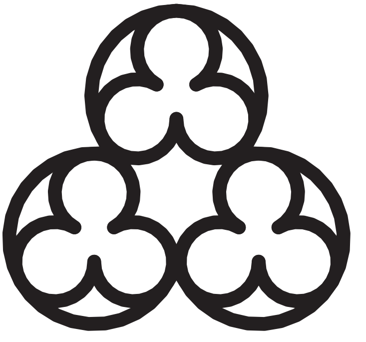




EX. B1 *À vous de jouer*

1) De la même manière, imaginer et construire avec les mêmes outils un quadrilobe (composé de quatre arcs de cercle sur la base d'un carré).

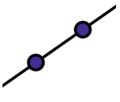
2) (plus difficile) Reproduire la construction ci-contre, inspirée du dessin de Viollet-le-Duc, constituée de trois trilobes situés à l'intérieur d'un plus grand.



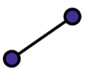
Voici une sélection d'outils de GeoGebra qui seront utiles pour la suite :

Outils de la catégorie **Points** et **Lignes** :

Point
Cliquer pour créer un point.



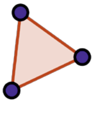
Droite
Sélectionner (ou créer) deux points afin de définir la droite.



Segment
Sélectionner (ou créer) deux points qui seront les deux extrémités du segment.

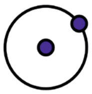
Segment de longueur donnée
Sélectionner (ou créer) un point ; une boîte de saisie s'ouvre, indiquer la longueur du segment.

Outil de la catégorie **Polygones** :

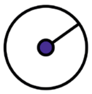


Polygone
Sélectionner (ou créer) tous les sommets du polygone dans l'ordre, puis à nouveau sur le premier sommet sélectionné pour fermer la figure.

Outils de la catégorie **Cercles** :

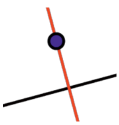


Cercle (centre-point)
Sélectionner (ou créer) deux points : le centre du cercle puis un point du cercle.

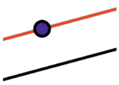


Cercle (centre-rayon)
Sélectionner (ou créer) le centre du cercle ; une boîte de saisie s'ouvre, indiquer le rayon du cercle.

Outils de la catégorie **Constructions** :

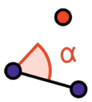


Perpendiculaire
Sélectionner un point et une droite, un segment, etc., pour tracer la perpendiculaire passant par ce point.



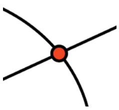
Parallèle
Sélectionner un point et une droite, un segment, etc., pour tracer la parallèle passant par ce point.

Outil de la catégorie **Angles et Mesures** :



Angle de mesure donnée
Sélectionner (ou créer) un point puis le sommet de l'angle ; une boîte de saisie s'ouvre, indiquer la mesure de l'angle et le sens.

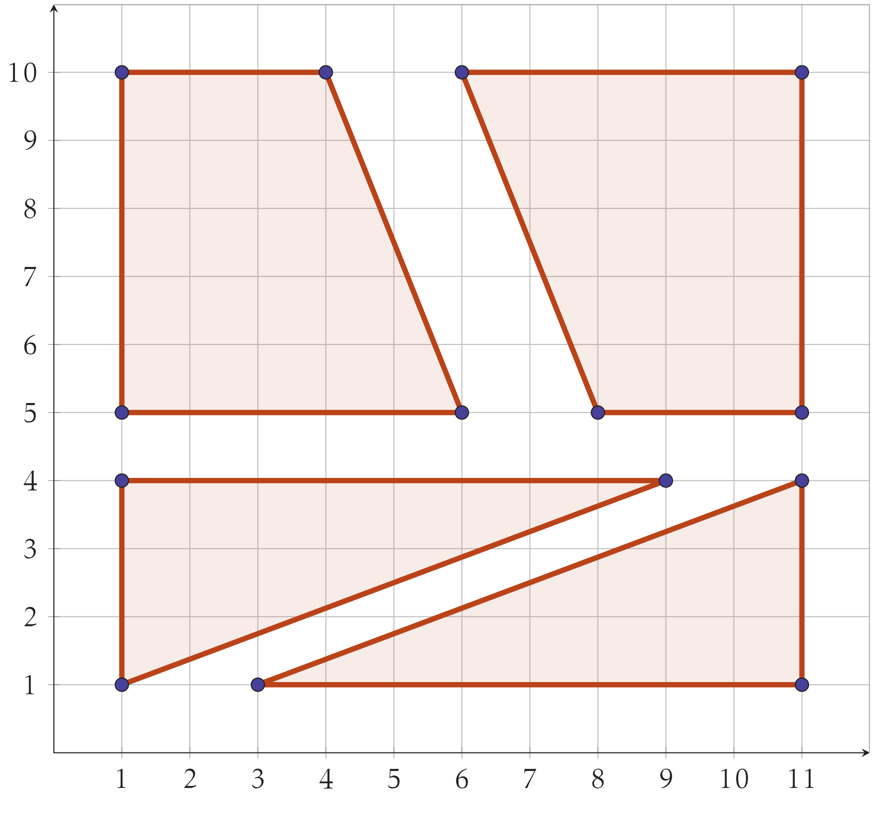
Outil de la catégorie **Basiques** :



Intersection
Sélectionner deux objets (ou directement leur intersection) pour placer leur(s) point(s) d'intersection.

EX. B2 ***Puzzle de Lewis Carroll***

1) Tracer les quatre pièces de ce puzzle classique, imaginé par le mathématicien et romancier auteur du roman Les Aventures d'Alice au pays des merveilles.

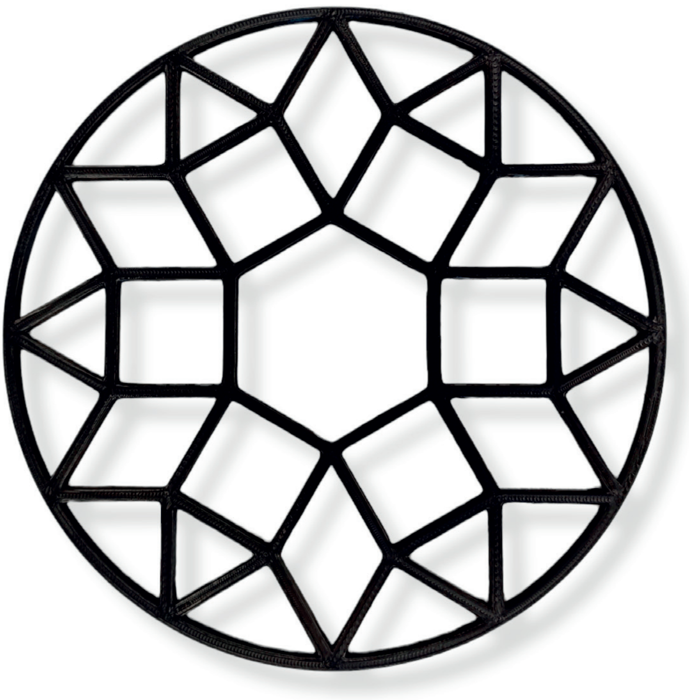


Voici deux façons d'assembler les pièces du puzzle :

2) Comme on peut le voir, ce puzzle peut former soit un carré de côté 8 cm, soit un rectangle de dimensions 13 cm sur 5 cm. Mais alors... l'aire du carré est $8 \times 8 = 64$ cm^2 tandis que celle du rectangle est $13 \times 5 = 65$ cm^2. Comment se fait-il que l'aire des deux polygones ainsi constitués ne soit pas la même ?

Les nombres 3, 5, 8 et 13 rencontrés dans les longueurs des pièces de ce puzzle ne sont pas choisis au hasard. Ils appartiennent à la suite de Fibonacci qui est associée au nombre d'or ; nombre que nous aurons l'occasion d'utiliser régulièrement dans ce livre.

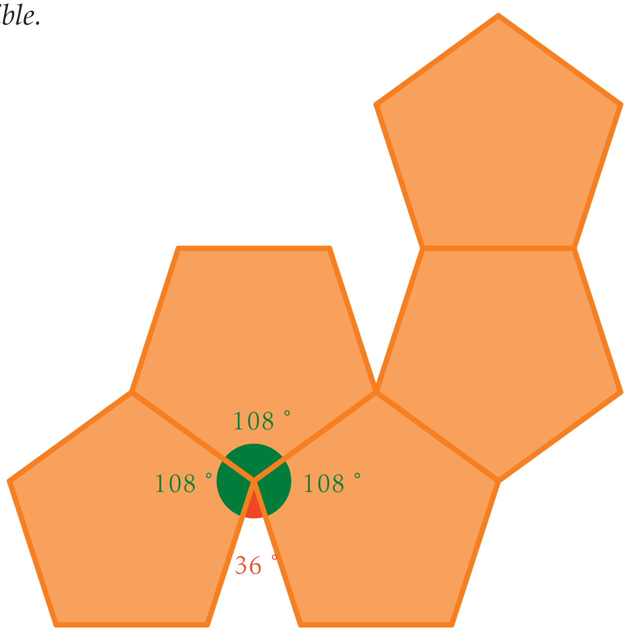
EX. B3 *L'étoile de Pompéi est une construction géométrique faite de pierres taillées retrouvée dans la cité antique italienne. Elle ressemble à cette construction :*



À l'aide de l'outil **polygone régulier**, *reproduire cette figure géométrique composée d'un hexagone régulier surmonté de six carrés eux-même surmontés de triangles équilatéraux. Les carrés sont séparés par des losanges et l'ensemble est inscrit dans un cercle de même centre que celui de l'hexagone.*

EX. B4 ***Pavage pentagonal***

Peut-on paver le plan avec des pentagones ? Avec des pentagones réguliers, la réponse est non. En effet, un rapide calcul sur les mesures des angles montre que c'est impossible.



En revanche, existe-t-il des pentagones non réguliers qui pavent le plan ? La réponse est oui. Quinze types de pavages différents ont été découverts entre 1918 et 2015. Marjorie Rice, mathématicienne amateur américaine, a découvert quatre d'entre eux et le quinzième a nécessité l'usage d'un programme informatique. Mais, en existe-t-il encore d'autres ? Michaël Rao, mathématicien français, a prouvé que non en 2017.

Choisissons l'un des quinze types de pavages et intéressons-nous à l'une des tuiles élémentaires qui le constitue (une tuile élémentaire est le motif de base répété dans un pavage) :