# Méthode CRPE

*Une méthode, un savoir et un exercice par jour pour réussir*

# MATHS

annales corrigées 2023

Laëtitia Ron

ellipses

Fiche 1

# La numération

## Rappel de cours

### 1. Système numérique

Les nombres s'écrivent à l'aide des 10 chiffres de notre système de numération : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. La place de ceux-ci a une importance capitale pour leur lecture et leur notation (voir tableau ci-dessous).

| **Classe des milliards** | | | **Classe des millions** | | | **Classe des mille** | | | **Classe des unités simples** | | | **Partie décimale** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | D | U | C | D | U | C | D | U | C | D | U | Dixièmes | Centièmes | Millièmes |
| $10^{11}$ | $10^{10}$ | $10^{9}$ | $10^{8}$ | $10^{7}$ | $10^{6}$ | $10^{5}$ | $10^{4}$ | $10^{3}$ | $10^{2}$ | $10^{1}$ | $10^{0}$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ |

Attention également aux règles orthographiques lors du passage à l'écrit des nombres en toutes lettres.

- **Les nombres composés**, depuis peu, prennent des traits d'union entre chaque élément : *Huit-cent-douze. Neuf-mille-vingt-et-un.*
- **Mille** est invariable : *Trois-mille. Deux-mille-cinq.*
- **Vingt** et **cent** prennent un « s » lorsqu'ils sont multipliés et non suivis par un autre nombre : *Quatre-vingts. Cent-deux. Mille-vingt-deux. Trois-cents.*
- **Millier, million** et **milliard** s'accordent toujours lorsqu'ils sont multipliés : *Trois-milliards-deux-cent-millions.*

### 2. Bases de numération

- Nous comptons en base 10 depuis la maternelle mais il en existe d'autres. Tout nombre entier **N** s'écrit de manière unique :

$$N = a_nB^n + a_{n-1}B^{n-1} + \dots + a_0B^0$$

- Les coefficients $a_i$ sont nuls ou compris entre 0 et B ; ce sont les restes de la division par B de N, puis des quotients successifs jusqu'à ce que le quotient des divisions successives soit nul.
- Exemples de bases avec le nombre 256.

| | | |
|---|---|---|
| **Base 10** | $2\times10^2+5\times10^1+6\times10^0$ | $256_{(10)}$ |
| **Base 8** | $4\times8^2+0\times8^1+0\times8^0$ | $400_{(8)}$ |
| **Base 5** | $2\times5^3+0\times5^2+1\times5^1+1\times5^0$ | $2011_{(5)}$ |
| **Base 4** | $1\times4^4+0\times4^3+0\times4^2+0\times4^1+0\times4^0$ | $10000_{(4)}$ |
| **Base 2** | $1\times2^8+0\times2^7+0\times2^6+\ldots+0\times2^0$ | $100000000_{(2)}$ |

# 3. Ensemble de nombres

**L'ensemble des nombres entiers naturels noté $\mathbb{N}$.** Il regroupe tous les nombres entiers supérieurs ou égaux à 0 : {0 ; 1 ; 5 ; 2000 ; …}

**L'ensemble des nombres entiers relatifs noté $\mathbb{Z}$.** Il regroupe tous les nombres entiers qui peuvent être positifs ou négatifs : {… ; –15 ; –6 ; 0 ; 18 …}

**L'ensemble des nombres rationnels noté $\mathbb{Q}$.** Il regroupe tous les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction : $\{\ldots ; \frac{-3}{4} ; 1{,}35 ; \frac{10}{50} ; \ldots\}$

**L'ensemble des nombres décimaux noté $\mathbb{D}$.** Ce sont des nombres qui comportent une partie décimale finie. Ils peuvent être écrits sous la forme d'une fraction décimale : $\{\ldots ; 3{,}5 ; -9 ; \frac{2}{4} ; \ldots\}$

**L'ensemble des nombres réels noté $\mathbb{R}$.** Il regroupe tous les nombres qui renferment les différents ensembles vus précédemment. On y ajoute également ceux que l'on ne peut exprimer comme un quotient de deux entiers, appelés les irrationnels (comme $\pi$ ou $\sqrt{2}$).

# 4. Valeurs exactes, approchées et ordres de grandeur

- La **valeur exacte** est la valeur du nombre sous forme décimale finie.
- La **valeur approchée par défaut** est une valeur approchée du nombre, inférieure à celui-ci, la plus proche possible suivant le rang demandé.
- La **valeur approchée par excès** est une valeur approchée du nombre, supérieure à celui-ci, la plus proche possible suivant le rang demandé.
- L'**arrondi** d'un nombre décimal, c'est couper la partie décimale au rang indiqué en prenant en compte le chiffre suivant.
- La **troncature** d'un nombre décimal, c'est couper la partie décimale au rang indiqué en ne se préoccupant pas des chiffres suivants.
- Les **ordres de grandeurs** permettent d'anticiper à l'avance le résultat d'un calcul en choisissant de se rapprocher de valeurs simples à manipuler mentalement.

## 5. Comparaison des nombres

- $=$ : égal
- $>$ : strictement supérieur
- $<$ : strictement inférieur
- $\leq$ : inférieur ou égal
- $\geq$ : supérieur ou égal

On commence par regarder le signe des nombres, puis la partie entière rang par rang, puis la partie décimale afin de pouvoir les ordonner.

## 6. Cas particulier pour les fractions

**Méthode numéro 1 :** mettre les deux fractions au même dénominateur puis comparer les numérateurs. La fraction avec le plus grand numérateur sera la plus élevée.

**Méthode numéro 2 :** comparaison à l'unité en observant les numérateurs et dénominateurs.

**Méthode numéro 3 :** comparaison des quotients en calculant les valeurs décimales.

## Exercez-vous !

Donnez-vous des repères en numération.

### Appropriation

1. **Noter les nombres suivants correctement puis les écrire en toutes lettres**
   **a.** 4127320
   **b.** 10086,000
   **c.** 07001,14 89

2. **Pour le nombre 67 021,54 trouver**
   **a.** Le chiffre des centièmes
   **b.** Le chiffre des dizaines
   **c.** Le chiffre des centaines de mille
   **d.** Le chiffre des dix-millièmes

3. **Remplissez par OUI ou NON**

| **Appartient à** | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{Z}$ | $\mathbb{D}$ | $\mathbb{Q}$ | $\mathbb{R}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{4}$ | | | | | |
| $-5$ | | | | | |
| $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}}$ | | | | | |
| $\frac{1}{13}$ | | | | | |

4. **Soit le nombre 0, $\overline{0136}$ (signifie que la partie $\overline{0136}$ est périodique elle se répète donc à l'infini). Ce nombre est-il décimal ? Est-il rationnel ? Justifier**

5. **Donner l'écriture décimale des nombres suivants puis les ranger dans l'ordre croissant**

   **a.** $\frac{21}{10}$ **b.** $\frac{781}{10000}$ **c.** $3+\frac{17}{100}$ **d.** $6\times10+5\times1+\frac{1}{10}+\frac{3}{1000}$

**6. Compléter le tableau suivant**

| Nombres | Valeur approchée par défaut à $10^{-1}$ | Valeur approchée par excès à $10^{-1}$ | Arrondi à l'unité | Troncature à $10^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|
| 41,273 | | | | |
| 7,0175 | | | | |
| 98,9991 | | | | |

**7. Donner un ordre de grandeur des opérations suivantes**

**a.** $7872+1099$ **b.** $987\times1099$ **c.** $7872-502$ **d.** $1099\div502$

**8. Compléter par <, > ou =**

- $10{,}8 \ldots -10086$
- $5{,}89\ldots5{,}9$
- $-5{,}103\ldots-5{,}104$ .
- $\frac{2}{7}\ldots\frac{3}{8}$
- $\frac{18}{27}\ldots\frac{6}{9}$
- $\frac{65}{64}\ldots\frac{24}{25}$

**9. Intercaler un nombre dans les inégalités suivantes**

**a.** $4{,}7<\ldots<4{,}8$

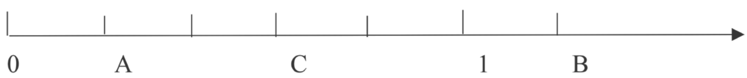
**b.** $-14{,}10<\ldots<-14{,}01$

**c.** $3.14 < \ldots < \pi < \ldots < 3.16$

## Objectif CRPE

**1. Ces exercices sont donnés à des élèves de CM1**

**A.** Associe chaque fraction aux lettres de la droite graduée : $\frac{6}{5}$ ; $\frac{1}{5}$ ; $\frac{3}{5}$




**B.** Place correctement sur la droite ci-dessous : $\frac{3}{10}$ ; 0,55 ; $\frac{7}{10}+\frac{3}{100}$ ; $\frac{95}{100}$


**a.** Un élève a bien réussi la question A) mais a fait des erreurs à B. En analysant les représentations, donnez des raisons expliquant cette différence de réussite.

**b.** Quelle définition d'un nombre décimal peut-on donner en classe élémentaire ?

**2. Selon les réponses de ces élèves, répondre aux questions qui suivent les exemples**

Nathan :

**a.** Range ces nombres dans l'ordre décroissant : 10,2 – 11,18 – 10,02 – 13,14 – 13,4

10,02 – 10,2 – 11,18 – 13,14 – 13,4

**b.** Intercale un nombre.

$6{,}5 < ..6{,}6.. < 6{,}7$ $3{,}1 < ..?.. < 3{,}2$ $8{,}99 < ..?.. < 9$

Mathieu :

**a.** Range ces nombres dans l'ordre décroissant : 10,2 – 11,18 – 10,02 – 13,14 – 13,4

13,4 < 13,14 < 11,18 < 10,2 < 10,02

**b.** Intercale un nombre.

$6{,}5 < ..6{,}6.. < 6{,}7$ $3{,}1 < ..3{,}15.. < 3{,}2$ $8{,}99 < ..?.. < 9$

Estelle :

**a.** Range ces nombres dans l'ordre décroissant : 10,2 – 11,18 – 10,02 – 13,14 – 13,4

13,14 < 13,4 < 11,18 < 10,2 < 10,02

**b.** Intercale un nombre.

$6{,}5 < ..6{,}6.. < 6{,}7$ $3{,}1 < ..3{,}10.. < 3{,}2$ $8{,}99 < ..8{,}990.. < 9$

**A.** Pour ces exercices, citer deux objectifs relatifs aux mathématiques. Dans quel cycle peuvent-ils être proposés ? Justifier.

**B.** Dans chaque cas ? Analyser les réussites et les erreurs des élèves.

**3. Composer 3 groupes de 4 étiquettes qui désignent le même nombre**

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{370}{1000}$ | 37 dixièmes | 0,37 |
| 0,037 | $\frac{3}{100}+\frac{7}{1000}$ | $3+\frac{7}{10}$ |
| $\frac{370}{100}$ | 3,7 | 37 millièmes |
| 37 centièmes | $\frac{37}{1000}$ | $\frac{3}{10}+\frac{7}{100}$ |

**A.** Quelles sont les erreurs possibles dans cet exercice donné à des élèves de CM2.

**B.** Voici les réponses d'un élève. Proposer une remédiation pour qu'il réussisse ce type de tâche.

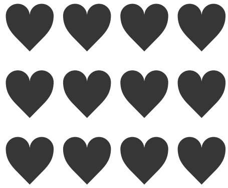
**Famille 1** : 3,7 ; $\frac{37}{100}$ ; 37 dixièmes ; $3+\frac{7}{10}$

**Famille 2** : 37 millièmes ; $\frac{3}{10}+\frac{7}{100}$ ; 0,037 ; $\frac{37}{1000}$

**Famille 3 :** 37 centièmes ; $\frac{370}{100}$ ; 0,37 ; $\frac{3}{100}+\frac{7}{1000}$

4. **À partir de ces deux exercices :**

**A.** Barrer les images en trop

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| 5 | 3 | 8 |

**B.** Complète chaque tableau en dessinant les images manquantes

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6 |  | | | |
| |  | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 |  | | | |
| | | | | |

1. **Dans quel cycle peut-on proposer ces exercices ? Justifier.**
2. **Quelles sont les compétences mises en jeu ?**
3. **Proposez un autre exercice qui permet de travailler ces mêmes compétences.**

# Sujet type CRPE

**Les trois situations sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.**

## Situation 1

Une enseignante de CE2 propose le problème suivant.

« *Sur un parking, on peut garer des voitures et des motos. On compte 28 véhicules et 80 roues. Combien y a-t-il de voitures garées ce jour-là ?* »

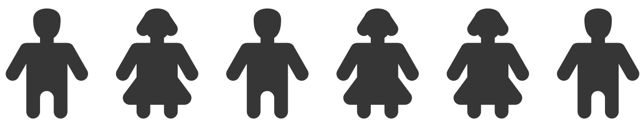
Les enfants disposent de pâte à modeler et de cure-dents pour s'aider.

1. **En quoi le matériel apporte-il une plus-value à cet exercice ?**
2. **Combien y a-t-il de voitures ?**

## Situation 2

Une enseignante de moyenne section dispose 6 personnages sur la table des élèves. Elle demande aux enfants d'apporter une pièce de 1 € pour chacun d'eux. La boîte avec l'argent se trouve sur le bureau de l'enseignante. Voici la répartition de deux des tables de la classe :

**Table 1**

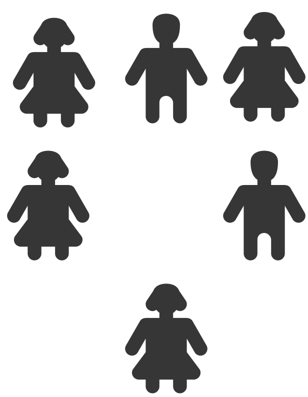


Réponses enfants

Thomas : 6 pièces de 1 €

Damien : 6 pièces de 1 €

**Table 2**



Réponses enfants

Marine : 7 pièces de 1 €

Mathis : 6 pièces de 1 €