PHYSIQUE

Électrocinétique
Optique géométrique

Résumé de cours

LICENCE
BUT

Exercices corrigés

Pascal **Clavier**

ellipses

Chapitre 1

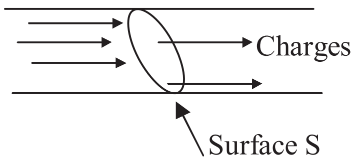
Courant, dipôles, théorèmes

A. Le courant électrique

1. Courant - Intensité

Le courant électrique correspond à un déplacement d'ensemble ordonné de charges électriques (ions, électrons, ...).
Le sens de déplacement du courant est par convention celui des charges positives.
L'intensité du courant i est définie à partir de la quantité d'électricité traversant une section (S) d'un conducteur par unité de temps.

$$\boxed{i(t) = \frac{dq}{dt}}$$



i s'exprime en ampère (A).

2. Vecteur densité de courant

On considère un conducteur de section (S), dans lequel les porteurs de charge sont tous identiques. On désigne par ρ la densité de ces porteurs de charge et par $\vec{v}$ leur vitesse moyenne.
La charge dq traversant la section (S) pendant un temps dt s'exprime par la relation : $dq = \rho.\vec{S}.\vec{v}dt$ d'où une intensité du courant :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \rho.\vec{S}.\vec{v}$$

Le produit $\rho.\vec{v}$ est appelé vecteur de densité de courant $\vec{j}$.

$$\boxed{\vec{j} = \rho.\vec{v}}$$

Ce vecteur est associé à l'intensité du courant par la relation :

$$\boxed{i = \iint \vec{j}.\overrightarrow{dS}}$$

C'est le flux du vecteur densité de courant à travers la surface orientée S.

3. Régime continu et ARQS

Lorsque l'on branche un générateur basse fréquence (GBF) aux bornes d'un circuit, celui-ci produit une onde de courant qui se propage à la célérité c ($c = 3.10^8$ m.s^{-1}) ; la conséquence est que l'intensité du courant va dépendre à la fois du temps et de la position dans le circuit.

Le temps de propagation dans un circuit de longueur ℓ sera $t = \ell/c$; ce phénomène sera négligeable si $t << T$ avec T le temps caractéristique du circuit. On est alors dans le cas de l'approximation des régimes stationnaires (ou permanents) ; l'intensité du courant est la même en tout point d'un circuit sans dérivation.

En régime continu, l'intensité du courant est la même en tout point d'un circuit sans dérivation. On utilise des lettres majuscules en régime continu.

4. Loi d'Ohm

Loi microscopique (forme locale) :

$$\boxed{\vec{J} = \sigma\vec{E}}$$

σ : est la conductivité électrique du matériau en S.m^{-1} ;

$\vec{E}$: est le champ électrique en V.m^{-1}.

Comme $\sigma > 0$, $\vec{j}$ et $\vec{E}$ sont de même sens.

Loi macroscopique :

Dans un milieu conducteur la loi d'Ohm s'écrit (s'il n'y a pas de champ électromoteur) :

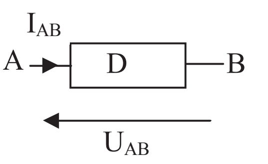
$$\boxed{U = RI \text{ ou } I = GU}$$

avec $G = \dfrac{1}{R}$ la conductance en siemens S et R la résistance en ohm Ω.

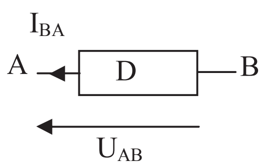
B. Dipôles

Un dipôle électrique possède deux bornes.

1. Convention



Convention récepteur



Convention générateur

Si la puissance $P = U_{AB}I_{AB}$ est positive, le dipôle reçoit de la puissance. Les flèches de la tension et de l'intensité sont de sens opposés.

Si la puissance $P = U_{AB}I_{BA}$ est négative, le dipôle délivre de la puissance. Les flèches de la tension et de l'intensité sont de même sens.

2. Conducteur ohmique ou résistor

Le conducteur ohmique est un dipôle passif linéaire et symétrique, la caractéristique tension-courant passe par l'origine, la pente de la courbe donne la valeur de la résistance du conducteur ohmique.
Relation tension-courant :

$$\boxed{U = RI \text{ (loi d'Ohm)}}$$

Pour un fil conducteur de section constante s et de longueur ℓ, la résistance vaut :

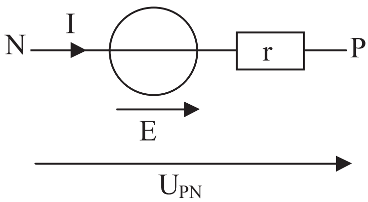
$$\boxed{R = \frac{\rho\ell}{s}}$$

ρ est la résistivité du matériau en Ω.m.

3. Dipôles actifs : les générateurs

- *Générateur de tension*

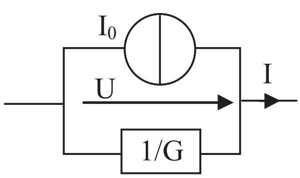
Un générateur de tension est constitué d'une force électromotrice E et d'une résistance interne r.



Equation : $U_{PN} = E - rI$.
Si $r = 0$, $U_{PN} = E$, le générateur est dit parfait.

- *Générateur de courant*

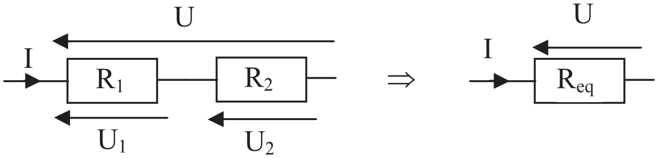
Le générateur de courant d'une source de courant I_0 ($I_0 = E/r$) et d'une résistance interne $r = 1/G$ (G est la conductance interne).



Equation : $I = I_0 - GU$.
Si $G = 0$ ($r \to \infty$) le générateur de courant est dit parfait.

4. Associations de dipôles

- *Résistors en série*



La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow U = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)I$$

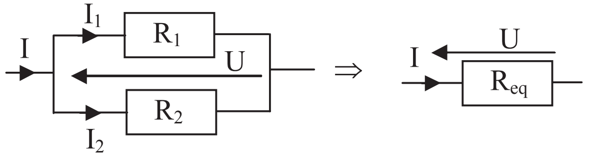
Soit :

$$U = R_{eq} I \text{ avec } R_{eq} = R_1 + R_2$$

La résistance équivalente à l'association de n résistances en série vaut :

$$\boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} R_i}$$

- *Résistors en parallèle*



La loi des nœuds s'écrit :

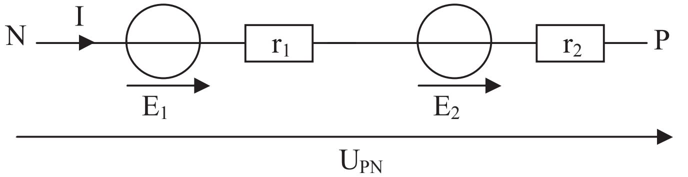
$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}, \text{ soit : } I = \frac{U}{R_{eq}} \text{ avec } \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

La résistance équivalente à l'association de n résistances en parallèle vaut :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i}} \text{ ou } \boxed{G_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} G_i}$$

avec la conductance $G = 1/R_{eq}$.

- *Générateurs en série*



On exprime la tension U_{PN} :

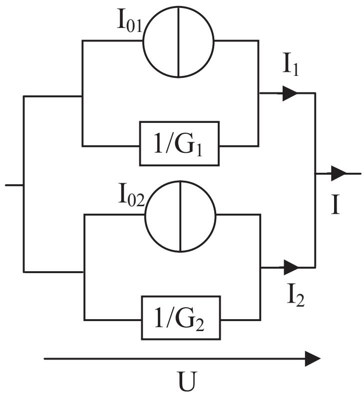
$$U_{PN} = E_1 - r_1 I + E_2 - r_2 I = (E_1 + E_2) - (r_1 + r_2)I$$

Soit :

$$\boxed{U_{PN} = E_{eq} - r_{eq} I}$$

Avec : $E_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} E_i$ et $r_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} r_i$.

Le dipôle équivalent à l'association de n générateurs en série est un générateur dont la f.é.m est la somme algébrique des f.é.m et la résistance interne la somme des résistances internes de chaque générateur.



- *Générateurs en parallèle*

Pour représenter et étudier des générateurs en parallèle, on utilise les générateurs de courant.

$I = I_1 + I_2 = I_{01} - UG_1 + I_{02} - UG_2$

$I = (I_{01} + I_{02}) - U(G_1 + G_2)$

On généralise à n générateurs :

$$\boxed{I = \sum_{i=1}^{i=n} I_{0i} - U\sum_{i=1}^{i=n} G_i}$$

Le dipôle équivalent à l'association de n générateurs en parallèle est un générateur dont la source de courant est la somme algébrique des sources de courant et la conductance interne la somme des conductances internes de chaque générateur.

C. Théorèmes et lois

L'application de toutes ces lois et théorèmes sera traitée dans les exercices.

1. Lois de Kirchhoff

- *Loi des nœuds*

La somme algébrique des courants qui arrivent en un nœud est nulle, car il ne peut y avoir accumulation de charges.

$$\sum \varepsilon_i I_i = 0$$

Avec $\varepsilon_i = +1$ si le courant arrive au nœud et $\varepsilon_i = -1$ si le courant en repart.

- *Loi des mailles*

La somme algébrique des tensions dans une maille est nulle. Pour appliquer cette loi on choisit un sens de parcours de la maille.

$$\sum \varepsilon_k U_k = 0$$

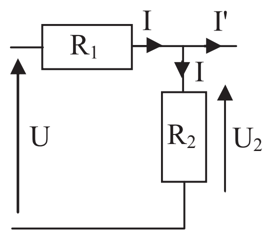
Avec $\varepsilon_k = +1$ si la flèche de la tension est dans le sens de parcours, $\varepsilon_k = -1$ dans le cas contraire.

Soit un réseau comportant n nœuds et b branches, on pourra écrire n – 1 équations des nœuds et m = 1 + b – n équations des mailles indépendantes.

2. Pont diviseur

- *Diviseur de tension*

Le but est d'obtenir la tension U_2 en fonction de U, R_1 et R_2 :



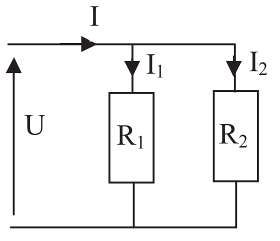
$I' = 0$. $U = R_1I + R_2I \Rightarrow I = \dfrac{U}{R_1 + R_2}$

La loi d'Ohm aux bornes de R_2 donne :

$$U_2 = R_2I \Rightarrow \boxed{U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}U}$$

- *Diviseur de courant*

Le but est d'obtenir I_2 (ou I_1) en fonction de I, R_1et R_2 :



$I = I_1 + I_2$; $U = R_1I_1$ et $U = R_2I_2$

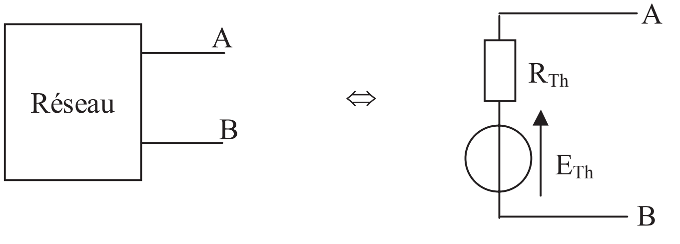
$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \Rightarrow U = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}I$$

D'où :

$$\boxed{I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}I}$$

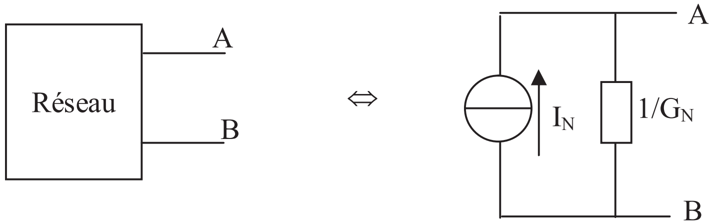
3. Théorème de Thévenin

Tout réseau linéaire formé de conducteurs ohmiques et de générateurs linéaires vu des points extérieurs A et B peut être remplacé par un générateur de force électromotrice E_{Th} et de résistance interne R_{Th}.
E_{Th} est la tension à vide entre les bornes A et B.
R_{Th} est la résistance vue des bornes A et B lorsque toutes les sources de tension ont été éteintes (remplacées par leurs résistances internes).



4. Théorème de Norton

Tout réseau linéaire formé de conducteurs ohmiques et de sources de courants linéaires vu des points extérieurs A et B peut être remplacé par un générateur de source de courant I_N et de conductance interne G_N.
I_N est la source de courant lorsque les bornes A et B ont été court-circuitées.



G_N est la conductance vue des bornes A et B lorsque toutes les sources de courant ont été éteintes (remplacées par un circuit ouvert).

5. Théorème de superposition

Dans un réseau linéaire, l'intensité du courant dans une branche est égale à la somme algébrique des intensités des courants créés par chaque source, lorsque toutes les autres sources sont éteintes.
Eteindre une source de courant revient à la remplacer par un interrupteur ouvert.
Eteindre une source de tension revient à la remplacer par un interrupteur fermé.

6. Théorème de Millman

Soit un réseau comportant n branches en parallèle, la tension aux bornes d'une des branches est donnée par la relation :

$$\boxed{U = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i}}}$$

Enoncés des exercices

Exercice 1

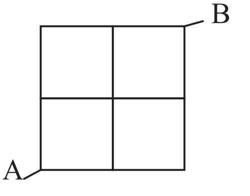
Soit un fil cylindrique de section $S = 1{,}5\ mm^2$ et traversé par un courant d'intensité $I = 5\ A$. Chaque atome de cuivre (fixe) fournit un électron de conduction (mobile).

Déterminer la vitesse d'ensemble des charges mobiles.

Données : $\mu_{Cu} = 8{,}8.10^3\ kg.m^{-3}$; $M_{Cu} = 63{,}5\ g.mol^{-1}$; $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$
$e = 1{,}6.10^{-19}\ C$.

Exercice 2

Déterminer la résistance équivalente vu des points A et B du réseau ci-contre. Chaque segment est équivalent à un conducteur ohmique de résistance R.

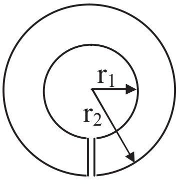


Exercice 3

On ne dispose de 4 conducteurs ohmiques de résistance $R = 75\ \Omega$. Comment doit-on procéder en les associant pour réaliser un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 100\ \Omega$ et $R_2 = 125\ \Omega$.

Exercice 4

Soit un anneau métallique d'épaisseur $e = 1$ mm, de résistivité ρ, de rayon intérieur r_1 et extérieur r_2. L'ouverture est de largeur négligeable.



1. Déterminer sa résistance longitudinale (les lignes de courant sont circulaires).

2. Déterminer sa résistance radiale (les lignes de courant sont radiales).

Données : $r_1 = 5$ cm ; $r_2 = 10$ cm ; $\rho = 1{,}6.10^{-8}\ \Omega.m$.

Exercice 5

Calculer la résistance équivalente vue des points A et B pour le réseau suivant.