

Annales
corrigées et commentées

Concours **CRPE**
2021/2022/2023

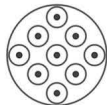
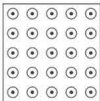
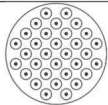
L'épreuve écrite de
Maths



Fabien Boyer

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Dans tout ce problème, on s'intéresse à la société AMP'OUL, qui fabrique des ampoules à diodes électroluminescentes. Le fabricant propose trois modèles :

| Modèle | Nombre de diodes | Dimensions | Coût de fabrication du support |
|---|------------------|--|--------------------------------|
| A  | 9 | Cylindre Diamètre 4,5 cm Hauteur 6 cm | 93 centimes |
| B  | 25 | Pavé droit Carré lumineux de 5 cm de côté Hauteur 6 cm | 98 centimes |
| C  | 32 | Cylindre Diamètre 5 cm Hauteur 6 cm | 112 centimes |

PARTIE A : Coût de fabrication

- Le modèle A est formé de 9 diodes et de son support. Sachant que le coût d'une diode est de 18 centimes, montrer que le coût de fabrication d'une ampoule de modèle A est de 2,55 €.
- Une feuille de calcul a été produite pour calculer les coûts de fabrication des ampoules :

| | A | B | C | D | E | F |
|---|--------|------------------|------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------|------------|
| | Modèle | Nombre de diodes | Coût de fabrication du support (€) | Coût de fabrication du modèle (€) | Nombre de modèles produits | Coût total |
| 1 | | | | | | |
| 2 | A | 9 | 0,93 | | 19 000 | |
| 3 | B | 25 | 0,98 | | 14 900 | |
| 4 | C | 32 | 1,12 | | 3 094 | |

- Quelle formule peut-on écrire dans la cellule D2 puis étirer vers le bas, pour calculer le coût de fabrication d'une ampoule du modèle correspondant ?
 - Quelle formule peut-on écrire dans la cellule F2 puis étirer vers le bas pour obtenir le coût total de production des ampoules du modèle correspondant ?
- Calculer le coût total de production pour fabriquer 19 000 ampoules de modèle A, 14 900 ampoules de modèle B et 3 094 ampoules de modèle C. On l'appellera la commande « DUPONT ».

Groupement 1

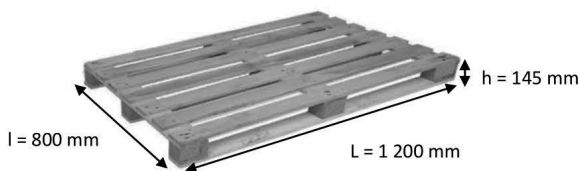
PARTIE B : Emballage

1. Calculer le volume d'une ampoule de modèle A. Donner le résultat arrondi au millimètre cube.

On rappelle que le volume d'un cylindre dont l'aire de la base est B et de hauteur h est égale à $B \times h$.

Les ampoules sont conditionnées dans des boîtes en carton parallélépipédiques, puis stockées sur des palettes. L'entreprise choisit, pour ses trois types d'ampoules, des boîtes parallélépipédiques de dimensions $L = 5$ cm, $l = 5$ cm et $h = 7$ cm, au prix unitaire de 0,12 €.

2. La palette EURO vide, possède des dimensions standards, soit $L = 1\,200$ mm, $l = 800$ mm et $h = 145$ mm.



- Montrer que le nombre maximum de boîtes d'ampoules sur un étage de palette est de 384.
 - Sachant que la hauteur d'une palette chargée ne dépassera pas 1,20 m au total (palette comprise), combien d'étages de 384 boîtes d'ampoules peut-on positionner au maximum sur une telle palette ?
 - Une palette contient seulement un modèle d'ampoule et coûte 15 €. Quel sera le coût en palettes pour la commande « DUPONT » ?
3. Quel sera le coût total de l'emballage pour la commande « DUPONT » (boîtes + palettes) ?

PARTIE C : Coût de fonctionnement

L'entreprise AMP'OUL emploie treize personnes : 8 pour la chaîne de fabrication, 3 pour l'emballage et l'organisation des livraisons (dont les salaires sont identiques), 2 pour la comptabilité et la gestion (dont les salaires sont identiques).

Les salaires nets suivants, en euros, ont été reçus par les salariés en février 2020 :

| Chaîne de fabrication | | | |
|--|---------|-------------------------|---------|
| 1938,36 | 1488,11 | 1994,38 | 2048,37 |
| 2192,48 | 1998,93 | 1539,45 | 1948,37 |
| Emballage et organisation des livraisons | 1864,37 | Comptabilité et gestion | 1593,38 |

- Quelle est l'étendue de cette série ?
- Déterminer le salaire médian de cette entreprise.
- Calculer le salaire moyen dans cette entreprise.
- Le coût global d'un salarié en février 2020 est donné par la formule suivante pour cette entreprise :

$$\text{Coût global d'un salarié} = \frac{\text{salaire net}}{0,78} \times 1,45$$

Quel est le coût global en euros, pour un salarié de l'emballage et de l'organisation des livraisons ?

5. On souhaite augmenter de 3 % le salaire net de l'employé gagnant 1488,11 €.
- Quel est le salaire net de cet employé après augmentation ?
 - Calculer le coût global de ce salaire après augmentation.
 - De quel pourcentage le coût global a-t-il augmenté ?

PARTIE D : Transport et livraison

L'entreprise AMP'OUL travaille avec deux sociétés de livraison, qui lui proposent des tarifs adaptés à ses besoins.

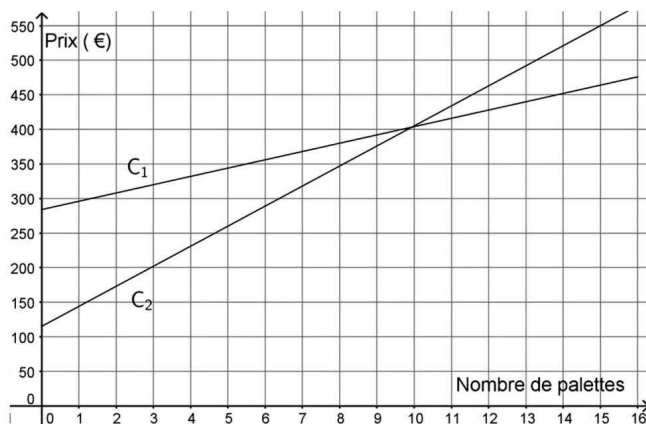
| Société | Tarif par palette (€) | Frais de gestion (€) |
|-----------|-----------------------|----------------------|
| Société A | 12 | 284 |
| Société B | 29 | 115 |

On définit les fonctions f et g par les expressions algébriques suivantes :

- $f(x) = 12x + 284$
- $g(x) = 29x + 115$

Ainsi, si x désigne un nombre de palettes alors $f(x)$ et $g(x)$ désignent respectivement le prix à payer pour la livraison de ces x palettes par les sociétés A et B.

On a tracé les courbes correspondant à f et g dans le repère ci-dessous.



- Répondre, en vous aidant du graphique, aux questions suivantes :
 - Identifier la courbe qui correspond à chaque fonction.
 - Quelle société de livraison sera la plus économique pour une commande de 6 palettes ?
 - Pour une commande donnée, quelle société de livraison sera la plus économique en fonction du nombre de palettes ?
- Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. Utiliser cette résolution pour affiner la réponse à la question 1.c.

Groupement 1

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

EXERCICE 1

Rémi joue avec un dé truqué. Il sait qu'il a la même probabilité d'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5. Il sait également que la probabilité d'obtenir 6 est de $\frac{1}{2}$.

Rémi lance le dé.

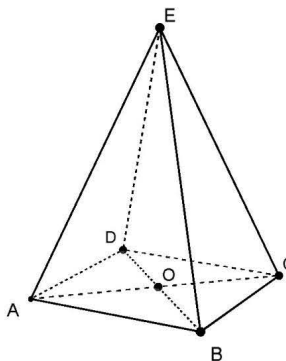
1. Quelle est la probabilité qu'il obtienne 3 ?
2. Quelle la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
3. Rémi souhaite obtenir un résultat strictement supérieur à 4. A-t-il intérêt à utiliser son dé truqué ou un dé équilibré ? Justifier.
4. Rémi doit lancer son dé truqué et un dé équilibré. Le résultat obtenu sera la somme des résultats obtenus sur chaque dé.
 - a. Quelle est la probabilité qu'il obtienne 12 ?
 - b. Quelle est la probabilité qu'il obtienne 10 ?

EXERCICE 2

ABCDE est une pyramide régulière à base carrée ABCD telle que $EO = AC$, O étant l'intersection des deux diagonales du carré ABCD.

La longueur des côtés du carré ABCD est de 4 cm.

1. Déterminer la valeur exacte de EO.
2. Calculer la valeur exacte de la longueur AE. En déduire que son arrondi au millimètre est de 6,3 cm.
3. Tracer un patron de la pyramide ABCDE en vraie grandeur.



EXERCICE 3

Voici deux programmes de calcul écrits avec le logiciel Scratch :

| PROGRAMME A | PROGRAMME B |
|---|--|
| <pre> quand est cliqué demander Entrez un nombre et attendez mettre ma variable à réponse ajouter à ma variable -4 mettre ma variable à 3 * ma variable ajouter à ma variable 3 dire regroupe la réponse est ma variable </pre> | <pre> quand est cliqué demander Entrez un nombre et attendez mettre ma variable à 3 * réponse ajouter à ma variable -9 dire regroupe la réponse est ma variable </pre> |

Dans les deux programmes, le nombre entré par l'utilisateur est stocké dans la variable « réponse ».

1. On entre différents nombres dans les deux programmes.
 - a. Avec le programme A, montrer que si on entre le nombre 5, on obtient 6.
 - b. Quel est le nombre obtenu si on entre le nombre 5 avec le programme B ?
 - c. Calculer le nombre obtenu avec les programmes A et B si on entre le nombre 5,2.
 - d. Quelle conjecture pouvez-vous émettre ? Valider ou rejeter votre conjecture par une démonstration.
2. Quel nombre faut-il entrer avec le programme B pour obtenir la réponse 14 ?
3. Montrer que le résultat obtenu avec le programme B est divisible par 3 quel que soit le nombre entier entré dans le programme.

Corrigé

PREMIÈRE PARTIE :

PARTIE A : Coût de la fabrication

Quelques questions calculatoires pour se mettre en confiance lors du début du sujet.

On attend surtout des candidat.e.s qu'ils pensent à expliquer leurs raisonnements ; à faire des phrases réponse et présentent leur résultat avec l'unité.

Deux petites questions traitent de la syntaxe du tableur, passage obligé dans tous les sujets de CRPE corrigés dans ce livre.

1. Attention à bien lire l'énoncé pour cette première question puisque nous ne connaissons que le prix d'une seule diode.

Coût = Coût des diodes + Coût du support

Coût = $9 \times 0,18 \text{ €} + 0,93 \text{ €}$

Coût = $1,62 \text{ €} + 0,93 \text{ €}$

Coût = $2,55 \text{ €}$

Une ampoule de modèle A coûte $2,55 \text{ €}$.

2. Comme toujours lors d'un exercice autour du tableur, sont attendus :

— le signe = en début de formule

— une syntaxe correcte (ici * pour représenter la multiplication)

À ne pas oublier : on appelle la cellule qui contient le nombre qui nous intéresse, pas le nombre lui-même.

a. Pour déterminer le coût de fabrication du modèle A, on ajoute le coût des diodes au coût du support, ce qui dans le tableur se traduit par :

$= 0.18 * B2 + C2$

b. Le coût total se détermine en multipliant le coût par modèle par le nombre de modèles :

$= D2 * E2$

3. D'après la question 1., une ampoule modèle A coûte 2,55 €; donc, 19 000 ampoules de ce modèle coûtent :

$$19\,000 \times 2,55 \text{ €} = \underline{48\,450 \text{ €}}.$$

Pour le modèle B, le coût de la commande est :

$$(25 \times 0,18 \text{ €} + 0,98 \text{ €}) \times 14\,900 = \underline{81\,562 \text{ €}}.$$

Pour le modèle C, le coût de la commande est :

$$(32 \times 0,18 \text{ €} + 1,12 \text{ €}) \times 3\,094 = \underline{21\,286,72 \text{ €}}.$$

Au total, le coût de production de la commande DUPONT est de :

$$48\,450 \text{ €} + 81\,562 \text{ €} + 21\,286,72 \text{ €} = \boxed{151\,298,72 \text{ €}}.$$

Groupement 1

PARTIE B : Emballage

Dans cette partie, hormis la question portant sur le volume où la formule est rappelée, les calculs autour des modèles ou du coût total amènent à quelques conversions à maîtriser mais surtout à des arrondis à traiter judicieusement.

1. Parmi les pièges classiques, le sujet fournit le diamètre quand nous avons besoin du rayon. Ne pas oublier de faire la division!

Le diamètre est de 4,5 cm donc le rayon est de $4,5 \text{ cm} \div 2 = 2,25 \text{ cm}$.

VOLUMES : Formules à connaître

$$V_{\text{cylindre}} = \text{Aire}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} \text{ (exprimés dans la même unité)}$$

On a donc :

$$V_A = \pi \times r^2 \times h$$

$$V_A = \pi \times (2,25 \text{ cm})^2 \times 6 \text{ cm}$$

$$V_A = 30,375\pi \text{ cm}^3$$

$$V_A = 95,426 \text{ cm}^3 \text{ arrondi au millième.}$$

Le volume d'une ampoule A est de $\boxed{95\,426 \text{ mm}^3}$, résultat arrondi au mm^3 .

2. a. Avant toute chose, on convertit les dimensions de la palette en cm afin de faciliter nos calculs.

$L = 1\,200 \text{ mm} = \underline{120 \text{ cm}}$; $l = 800 \text{ mm} = \underline{80 \text{ cm}}$ et $h = 145 \text{ mm} = \underline{14,5 \text{ cm}}$.

Les boîtes sont de dimensions $L = 5 \text{ cm}$; $l = 5 \text{ cm}$ et $h = 7 \text{ cm}$, elles possèdent deux types de faces qui sont :

- soit un carré de côté 5 cm
- soit un rectangle de longueur 7 cm et de largeur 5 cm

Cas du carré :

Sur la longueur de la palette, on peut mettre $120 \text{ cm} \div 5 \text{ cm} = 24$ boîtes.

Sur la largeur $80 \text{ cm} \div 5 \text{ cm} = 16$ boîtes.

Soit un total de $\underline{24 \times 16 = 384}$ boîtes.