

Le programme thème par thème

2^{de}

MATHS

Apprendre à lire et déchiffrer
les mathématiques

Sous la direction de :
Yan Pradeau

ellipses

Comment lire un cours de mathématiques ?

Alors lire cet ouvrage – ou son manuel de cours – demande de suivre une autre routine. Un cours n'est pas un roman, surtout en mathématiques, voici comment procéder.

2.1. Méthode systématique de lecture

1. Premier passage, noter ce qui vous semble important

Lire les introductions de chapitre, mais aussi la table des matières au préalable. Survoler un chapitre avant de le relire avec plus d'attention et de noter les points cruciaux (les thèmes abordés, les objets présentés...).

2. S'interroger

Quelle est la propriété importante du chapitre ? Autour de quelle définition s'articule-t-il ? À quoi servent les objets introduits ?

3. Repasser avec minutie

Nouveau passage, mais cette fois, une ligne après l'autre dès lors que la première est comprise, on enchaîne. Prendre aussi une pause et relire ce qui a été lu. Lire les théorèmes d'abord, puis les démonstrations.

4. Creuser

Si l'auteur laisse des points à votre charge de les vérifier, c'est à vous. Les mentions « un calcul rapide » ou « bien preuve laissée au lecteur » indique que c'est votre tour. Un livre a deux auteurs, vous êtes le second.

5. Aller plus loin

Faire les exercices du chapitre, pas tous, mais un nombre consistant et représentatif des points abordés. Écrire une fiche de cours, ou une carte mentale.



2.2. Lire une définition



Les cours, souvent commencent par des définitions. C'est qu'en mathématiques, la première étape est de définir sans, confusion possible, les termes.

Or cette démarche – donner le signifiant d'un terme – passe par l'énoncé d'une propriété mathématique.

Définition 2.1. Un entier **pair** est le produit de 2 avec un entier quelconque.

Définition 2.2. Un entier **impair** est un entier qui n'est pas **pair**.

Définition 2.3. Un entier est dit **premier** s'il possède deux et seulement deux diviseurs : 1 et lui-même.

On le voit sur ces deux exemples qu'une définition peut dépendre d'une autre. La propriété sera intrinsèque ou extrinsèque.

Le but premier d'une définition est de se mettre d'accord et de poser le cadre des discussions à venir – ce paradigme remonte à Euclide. Elle peut aussi introduire un concept *ad-hoc*, répondant à un problème particulier – c'est le cas du nombre complexe i qui sera vu en classe de terminale.

1. Lire et observer

Comme un chasseur observe sa proie, prendre le temps de comprendre le contexte, d'où vient l'objet ? Quelles sont les conditions à remplir ?

2. Qui est quoi ?

Explicitez, identifiez clairement à quoi vous avez affaire. Nombres entiers, fonctions usuelles, triangles... Rapportez la définition à celles qui la précèdent, en quoi est-elle nouvelle ? Qu'apporte-t-elle de plus ?

3. Ai-je des exemples ?

Autrement dit ai-je connaissance d'exemples prouvant que les objets définis existent.

4. Trouvez des exemples types

De ces exemples qui mettent en évidence toutes les propriétés.

5. Trouvez des exemples triviaux et extrêmes

Interrogez les « limites » de la définition. 0 est-il premier ? 1 est-il premier ?

6. Trouvez des « non-exemples »

À l'image des contre-exemples, les non-exemples se disent d'objets qui n'entrent pas dans le cadre de la définition, tout en restant dans le domaine

général d'intervention. L'entier 39 n'est pas premier car $39 = 3 \times 13$, il a donc quatre diviseurs.

7. Cherchez des propriétés simples

La suite du cours viendra en fournir ensuite. La somme de deux entiers pairs est-elle paire ? La somme de deux entiers impairs est-elle impaire ?

2.3. Lire un théorème

Voici trois théorèmes de votre cours de seconde :



Théorème 2.1. *Le produit de deux nombres pairs est pair.*

Théorème 2.2. *Le nombre $\sqrt{2}$ est irrationnel.*

Théorème 2.3. *L'ensemble des nombres premiers est infini.*

1. Analyse des théorèmes

- Quelles sont les hypothèses, quelles sont les conclusions. Identifier le « si..., alors... » implicite. Réécrire le théorème avec des symboles.

Pour le **Théorème 2.1.** Si m et n sont des entiers pairs, alors $m \times n$ est pair.

- Forces/contraintes des hypothèses et des conclusions : Sont-elles restrictives, générales ? Plus les hypothèses sont générales, plus elles sont fortes. Plus les conclusions sont précises, plus elles sont fortes. Hypothèses faibles et conclusions fortes est une situation idéale.

Dans le cas du **Théorème 2.2.** Les hypothèses sont très restrictives, on peut ouvrir le problème en se demandant si la conclusion reste vraie pour \sqrt{p} où p est un nombre premier (voir plus bas).

2. Comparer avec d'autres théorèmes

D'où vient-il, où va-t-il ?

3. Quelles sont les conditions d'application et qu'énonce le théorème ?

4. Faire un dessin

Fondamental !

5. Appliquez le théorème à des exemples triviaux et extrêmes

6. La réciproque est-elle vraie ?

Exemple 2.1. Si le produit de deux entiers est pair, alors ces deux entiers sont pairs.

Montrer que c'est faux à l'aide d'un contre-exemple.

7. Quelle est la contraposée du théorème ?

8. Généralisez

Théorème 2.4. *Si p est premier alors \sqrt{p} est irrationnel.*

2.4. Lire une démonstration



Ce qu'est une démonstration en mathématiques est un très vaste sujet. Disons pour faire court que le sens varie selon les époques et les cultures, ce qui était acceptable pour Euler ne l'est plus de nos jours, la Chine ancienne se satisfaisait d'un dessin pour établir le théorème de Pythagore, ce que les Grecs refusaient. Il n'en reste pas moins que la recherche de la preuve et, derrière elle, de la vérité est l'activité centrale des mathématiques. Or comme un joueur d'échec apprend les parties de ses aînés, l'apprenti mathématicien doit apprendre les démonstrations par cœur avant de pouvoir les comprendre. Cela suppose évidemment de savoir les lire correctement. Un exercice difficile et pas comme les autres.

D'autant que faute de temps, les élèves s'en abstiennent, jugeant accessoire l'exercice : « Je sais le théorème, c'est déjà pas mal ! » ou « Pourquoi faire ? Je sais que c'est vrai, vous l'avez dit, j'ai confiance en vous ! » ou bien « Parce que c'est évident ! ».

Enfin elles sont difficiles à lire par ce qu'elles supposent d'oubli de soi. Il faut se fondre dans la pensée d'un autre, accepter de chercher à comprendre où il veut en venir, le suivre lentement et pas à pas.

Faites donc l'effort avec les démonstrations votre cours. Difficile certes, mais passionnant et redoutable d'efficacité à la longue.

Enfin la lecture et la compréhension d'une démonstration rend l'élève autonome, non seulement il connaît la vérité – au sens mathématique s'entend –, mais il peut l'établir par lui-même et avec elle c'est de sa liberté dont il s'agit. Il ne dépend plus du professeur ou d'un camarade plus doué, il est son propre maître à son niveau.

Vérité, autonomie, liberté, ce qu'apportent les mathématiques.

Enfin, par l'habitude et l'entraînement, les démonstrations permettent d'envisager de partir à l'aventure de problèmes à résoudre et d'y trouver une satisfaction à nulle chose égale. Répétons-le, ça n'est pas par hasard si, depuis si longtemps, autant de personnes y consacrent l'essentiel de leurs journées l'espace de leur existence.

Préparer le contrôle

Nous y voilà ! Une évaluation est annoncée, notée quelque part sur un agenda partagé et en ligne : C'est dans trois semaines à partir de maintenant. Le contrôle de mathématiques arrive et comme souvent, s'y prendre au dernier moment est la pire des manières de procéder... ce que font une grande majorité des élèves, une stratégie inefficace pour beaucoup, mais qu'importe, on ne change pas une équipe qui perd ! Pourtant, il existe des astuces simples et faciles à mettre en œuvre, de celles qui marchent !

D'autant que l'ennemi principal, l'énorme difficulté, le rocher au milieu de la route... n'est pas les mathématiques, mais le stress ! Cette fichue tension qui nous désarme et nous fait perdre la moitié de nos moyens, celle qui nous fait dire après : « Pourtant je savais tout ! » C'est comme monter sur scène, on répète et le jour J, le trou de mémoire !

3.1. Dès le début du chapitre... travail régulier plutôt qu'intense !

Premier conseil, peut-être le plus difficile à mettre en place : Les révisions commencent le premier jour, dès le début d'un nouveau chapitre. Apprendre la leçon le jour même, ce qui veut dire essentiellement la relire. Il ne s'agit pas de passer une heure tous les soirs, pas encore, juste de se remettre en mémoire le jour même ce qui a été vu. Connaître son cours sur le bout des doigts est un préalable nécessaire et suffisant ! Les propriétés viendront aisément à l'esprit le jour du contrôle, il ne s'agira pas de « chercher ses mots » ce jour-là. Le cours dans sa totalité doit devenir un savoir profondément ancré, afin de pouvoir être mobilisé sans peine.



Résumons-nous :

1. Lire son cours le jour même, apprendre les définitions, les propriétés, les théorèmes...
2. Refaire les exercices vus en classe, ne pas hésiter à poser des questions le lendemain, tant que c'est frais à l'esprit.
3. Prolonger avec les exercices d'entraînement, puis d'approfondissement.

3.2. Jusqu'à la veille du jour J...

Cela peut sembler contre-intuitif : L'avant-veille du contrôle, ne révisez plus !

La première raison est que le cerveau est un organe, il a besoin de temps lui aussi, afin d'organiser ce que vous avez appris... de se reposer.

La deuxième raison est plus prosaïque : À ce moment-là, tout est joué, ce que vous savez est là, il devient inutile de s'inquiéter avec ce que vous n'arrivez pas à faire. Rien de pire que des questions sans réponses la veille d'un examen ou d'un contrôle. On laisse redescendre... on se relaxe...

C'est le moment pour un dîner de fêtes, votre plat préféré, une tisane et au lit de bonne heure ! Surtout pas d'écrans et bien sûr pas de maths ! Pendant ce repos, la poussière retombe et les choses se mettent en place, on croit ne rien faire, et pourtant...



Résumons-nous :

1. On arrête les révisions l'avant-veille du contrôle et on ne parle plus de maths.
2. Un bon dîner, pas d'écran, du repos, on laisse mémoire et cerveau finir leur travail.
3. Au lit de bonne heure.

3.3. Nous y sommes !

Un conseil de bon sens, tellement qu'il faut le dire encore et encore : Il faut manger le matin ! Il n'est pas rare de voir des jeunes gens débordant d'énergie arriver à une évaluation, un examen ou un concours le ventre vide. « Je ne peux rien avaler ! » disent-ils, à cause de la tension... prévoir un en-cas, des barres aux céréales, n'importe quoi à grignoter avant ! Il faut du carburant pour que la machine fonctionne.

3.3.1. Lire le sujet, d'accord, mais comment ? La stratégie LTR (Lire, Trier, Répondre)

Le sujet est là, devant vous, on se calme et on s'organise.

D'abord et avant tout, il est primordial de prendre quelques minutes pour lire le sujet, crayon en main. Cette lecture n'est pas superflue, c'est du temps « perdu » à en gagner.

Premier effet, et non des moindres, il permet de baisser son stress.

Gardez à l'esprit que votre professeur n'a pas rédigé ces questions en pensant à vous, mais aux points abordés durant les semaines passées. C'est un sujet de contrôle quelconque, ça n'est pas votre « sujet », celui que aimeriez avoir, il s'adresse à un élève théorique, pas à vous en particulier. Vous allez travailler, en le lisant attentivement à le transformer, à ce qu'il devienne « votre » sujet. C'est pourquoi, lors de ces quelques minutes, repérez les points que vous connaissez le mieux et ceux que vous préférez éviter. Le premier exercice est peut-être le plus ardu, vous mettre en difficulté en commençant par lui est contre-productif. Vous n'imaginez pas un sportif se lancer dans une compétition, bille en tête, sans s'échauffer non ? Vous êtes ce compétiteur !

Notez en marge vos réflexions – une de mes élèves y allait franchement et ne se privait pas d'exprimer ce qu'elle en pensait, en des termes simples et crus... prenez possession des lieux, c'est une épreuve et de cette manière vous vous mettez en position de relever le gant.

Imaginez-vous lors d'une randonnée de montagne, vous ne savez rien du terrain et, col après col, mètre après mètre, vous découvrez une nouvelle hauteur à franchir. L'énergie vous quitte peu à peu, il vous semble que l'air lui-même vient à manquer. Chaque pas est un *pensum*, votre sac s'alourdit. Alors qu'il aurait été plus simple de préparer le parcours, carte en main, de repérer les endroits difficiles à l'avance, dans votre canapé... Maintenant de retour à votre contrôle de maths, c'est exactement comme cela que ça se passe. Enchaîner les exercices dans l'ordre et les uns après les autres, rencontrer avec horreur une difficulté, ajouter du stress... c'est une stratégie perdante et c'est celle que tant d'élèves mettent en œuvre, pourquoi ?

Résumons-nous :

1. Lire le sujet pendant quelques minutes, crayon en main.
2. Trier les exercices dans un ordre croissant de difficulté pour vous.
3. Répondre.



3.3.2. Viser moins haut pour mieux réussir

Puisque vous avez pris le temps de lire le sujet, d'en avoir une idée plus claire, de le réorganiser... je vais maintenant vous donner l'astuce suprême, le « truc de pro » ...

Le sujet du contrôle, je le répète, est un passe-partout, une liste d'exercices correspondant à un élève théorique. Ce que vous n'êtes pas, mais un être en chair et en os, avec des inquiétudes – avoir la moyenne par exemple –, du stress...

Il faut assurer? Alors assurons... Trois exercices sur cinq seulement! Quoi? Oui, vous avez parfaitement entendu, vous n'allez pas répondre à toutes les questions – on suppose que vous y répondez sérieusement, pas en picorant des points avec des embryons de calculs. Bien au contraire, vous allez vous concentrer sur les exercices sélectionnés lors de la lecture préalable (disons trois sur cinq pour fixer une idée). Vous allez assurer la moyenne! À votre rythme, sans vous presser. C'est le contrat que vous passez avec vous-même.

Il est fondamental de comprendre que chaque minute de temps passée sur une question doit aboutir au résultat correct! Tout exercice entamé doit être terminé, et du mieux possible! De cette manière, vous serez efficace!

Il va se passer ce qu'il se passe toujours pour celles et ceux qui mettent en œuvre cette technique : Les trois exercices, vous allez y répondre en moins de temps que le temps maximal imparti, dès lors vous allez partir à l'assaut de ce qu'il reste, satisfait d'avoir rempli votre contrat, d'avoir assuré la moyenne et de n'avoir rien à prouver. Cette décontraction, vous verrez, est le meilleur moyen de réussir.