

# MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCONOMIE ANALYSE

Cours, exercices corrigés  
et applications économiques

Licence



Franck Bien  
Nejla Nouaili  
Denis Pasquignon



# TABLE DES MATIÈRES

## Partie I. Outils mathématiques

1. Raisonnement .....	3
1.1. La notion de proposition .....	3
1.2. Démontrer une proposition .....	4
1.3. Exercices .....	9
1.4. Correction des exercices .....	10
1.5. Applications économiques .....	14
1.6. Corrections des applications économiques .....	14
2. Les ensembles .....	19
2.1. La notion d'ensemble .....	19
2.2. Inclusion et égalité .....	21
2.3. Union et intersection de deux ensembles .....	21
2.4. Différence de deux parties, complémentaire d'une partie .....	22
2.5. Diagramme de Venn .....	23
2.6. Produit cartésien .....	23
2.7. Exercices .....	24
2.8. Correction des exercices .....	26
2.9. Applications économiques .....	27
2.10. Correction des applications économiques .....	27
3. Etude de fonctions .....	31
3.1. Domaine de définition .....	31
3.2. Graphes .....	32
3.3. Les fonctions affines .....	33
3.4. Les fonctions polynômes et les fractions rationnelles .....	34
3.5. Calcul de limites .....	35
3.6. Continuité .....	39
3.7. Calcul de dérivées .....	40
3.8. Equation de la tangente .....	41
3.9. Les formules .....	41
3.10. Les variations .....	43
3.11. Bijection .....	44
3.12. Fonctions $C^1$ , $C^2$ .....	44
3.13. Fonctions convexes ou concaves .....	45
3.14. Méthodologie pour l'étude d'une fonction .....	46
3.15. Calcul d'intégrales .....	46
3.16. Exercices .....	51
3.17. Correction des exercices .....	53
3.18. Applications économiques .....	59
3.19. Correction des applications économiques .....	61

4. Exponentielle.....	69
4.1. La fonction exponentielle.....	69
4.2. Nouvelle notation de la fonction exponentielle.....	70
4.3. Etude de la fonction exponentielle.....	70
4.4. Fonction composée $x \mapsto e^{u(x)}$ .....	70
4.5. Exercices.....	71
4.6. Correction des exercices.....	72
4.7. Applications économiques.....	75
4.8. Correction des problèmes économiques.....	76
5. Logarithme.....	81
5.1. Définition.....	81
5.2. Propriétés algébriques.....	82
5.3. Etude de la fonction logarithme.....	83
5.4. Résolution d'équations et inéquations.....	84
5.5. Logarithme en base $a$ , $a > 0$ .....	85
5.6. Exercices.....	85
5.7. Correction des exercices.....	86
5.8. Applications économiques.....	87
5.9. Correction des applications économiques.....	88
6. Fonctions puissances.....	95
6.1. Définition et Propriétés.....	95
6.2. Exercices.....	97
6.3. Correction des exercices.....	98
6.4. Applications économiques.....	101
6.5. Correction des applications économiques.....	103
7. Problèmes.....	111
7.1. Les problèmes.....	111
7.2. Correction.....	120
7.3. Problèmes économiques.....	144
7.4. Correction des problèmes économiques.....	148

## Partie II. Fonction de plusieurs variables et Optimisation

8. L'ensemble $\mathbb{R}^n$ .....	165
8.1. Définition.....	165
8.2. $\mathbb{R}^n$ comme ensemble de vecteurs.....	166
8.3. $\mathbb{R}^n$ comme ensemble de points.....	170
8.4. Exercices.....	174
8.5. Correction des exercices.....	175
8.6. Applications économiques.....	178
8.7. Correction des applications économiques.....	178
9. Topologie dans $\mathbb{R}^n$ .....	185
9.1. Boules.....	185
9.2. Ouverts, fermés.....	186
9.3. Sous ensembles bornés - Compacts.....	188

9.4.	Convexe	189
9.5.	Exercices	190
9.6.	Correction des exercices	191
9.7.	Applications économiques	194
9.8.	Correction des application économiques	195
<b>10.</b>	<b>Fonctions de plusieurs variables</b>	<b>203</b>
10.1.	Fonctions de $n$ variables	203
10.2.	Domaine de définition	204
10.3.	Ensemble de niveau	205
10.4.	Graphes	207
10.5.	Continuité	208
10.6.	Exercices	209
10.7.	Corrections des exercices	209
10.8.	Applications économiques	213
10.9.	Correction des application économiques	214
<b>11.</b>	<b>Dérivée partielle première</b>	<b>219</b>
11.1.	Définitions	219
11.2.	Fonctions de classe $C^1$	221
11.3.	Développement limité d'ordre 1	222
11.4.	Plan tangent	227
11.5.	Tangente à une ligne de niveau	229
11.6.	Dérivées directionnelles premières	230
11.7.	Exercices	230
11.8.	Corrections des exercices	232
11.9.	Applications économiques	235
11.10.	Correction des application économiques	237
<b>12.</b>	<b>Dérivée partielle seconde</b>	<b>249</b>
12.1.	Fonctions dérivées partielles secondes	249
12.2.	Fonctions de classe $C^2$	250
12.3.	Développement limité d'ordre 2	251
12.4.	Position par rapport au plan tangent	254
12.5.	Exercices	255
12.6.	Correction des exercices	257
12.7.	Applications économiques	259
12.8.	Correction des applications économiques	261
<b>13.</b>	<b>Fonctions convexes ou concaves de deux variables</b>	<b>275</b>
13.1.	Définition	275
13.2.	Propriétés des fonctions convexes ou concaves	280
13.3.	Exercices	281
13.4.	Correction des exercices	282
13.5.	Applications économiques	284
13.6.	Correction des applications économiques	285
<b>14.</b>	<b>Extrema libres</b>	<b>289</b>
14.1.	Extremum	289
14.2.	Conditions nécessaires ou conditions du premier ordre	290
14.3.	Nature des points critiques	293
14.4.	Cas où $f$ est convexe	295

14.5. Exercices.....	296
14.6. Correction des exercices.....	297
14.7. Applications économiques.....	302
14.8. Correction des applications économiques.....	304
<b>15. Extrema liés.....</b>	<b>313</b>
15.1. Définitions.....	313
15.2. Cas d'une liaison explicite.....	313
15.3. Conditions nécessaires ou conditions du premier ordre.....	315
15.4. Conditions suffisantes.....	317
15.5. Optimisation sur un compact.....	321
15.6. Contraintes de type inégalités.....	323
15.7. Exercices.....	329
15.8. Correction des exercices.....	330
15.9. Applications économiques.....	335
15.10. Correction des applications économiques.....	337
<b>16. Problèmes.....</b>	<b>347</b>
16.1. Les problèmes.....	347
16.2. Correction.....	349
16.3. Problèmes économiques.....	357
16.4. Correction des problèmes économiques.....	363