



Niveau T<sup>1</sup><sup>e</sup>

Éric Dubon  
Francisco del Rey

# Mathématiques d'excellence

---

Cours pour lycéens très motivés

2<sup>e</sup> édition



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Barycentres</b>	<b>1</b>
1.1	Définitions et premières propriétés . . . . .	2
1.2	Propriétés du barycentre . . . . .	5
1.3	Fonction scalaire de Leibniz. Lignes de niveau . . . . .	7
1.4	Exercices . . . . .	10
1.5	Solutions . . . . .	15
1.6	Travaux dirigés . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Arithmétique</b>	<b>23</b>
2.1	Relation de divisibilité, division euclidienne . . . . .	24
2.2	PGCD, théorèmes d'Euclide et de Bézout . . . . .	29
2.3	Nombres premiers . . . . .	37
2.4	Cryptage RSA . . . . .	41
2.5	Résidus quadratiques . . . . .	44
2.6	Quiz . . . . .	51
2.7	Exercices . . . . .	53
2.8	Solutions . . . . .	71
2.9	Problèmes . . . . .	102
<b>3</b>	<b>Intégration : théorie élémentaire</b>	<b>115</b>
3.1	Sommes de Riemann . . . . .	116
3.2	Définition de l'intégrale d'une fonction . . . . .	119
3.3	Propriétés élémentaires de l'intégrale . . . . .	125
3.4	Le théorème fondamental de l'analyse . . . . .	128
3.5	Méthodes de calcul des primitives et des intégrales . . . . .	130
3.6	Calcul d'aires . . . . .	134
3.7	Intégrabilité de certaines fonctions . . . . .	135
3.8	Quiz . . . . .	141
3.9	Exercices : Primitives . . . . .	146
3.10	Solutions . . . . .	147
3.11	Exercices : Intégrales . . . . .	150
3.12	Solutions . . . . .	157
3.13	Problèmes . . . . .	170
3.14	Travaux dirigés . . . . .	176

<b>4</b>	<b>Fonctions convexes</b>	<b>177</b>
4.1	Définition . . . . .	178
4.2	Inégalités de convexité . . . . .	179
4.3	Fonctions convexes dérivables . . . . .	183
4.4	Exemple . . . . .	185
4.5	Quiz . . . . .	185
4.6	Exercices . . . . .	186
4.7	Solutions . . . . .	189
<b>5</b>	<b>Courbes et limites complexes</b>	<b>197</b>
5.1	Limites des suites à termes complexes . . . . .	197
5.2	Limites de fonctions à valeurs complexes . . . . .	200
5.3	Dérivées de fonctions à valeurs complexes . . . . .	201
5.4	Courbes planes . . . . .	203
5.5	Travaux dirigés . . . . .	207
5.6	Exercices . . . . .	209
5.7	Solutions . . . . .	211
<b>6</b>	<b>Exponentielle et logarithme</b>	<b>221</b>
6.1	Une nouvelle fonction . . . . .	222
6.2	Propriétés . . . . .	225
6.3	Logarithme népérien . . . . .	229
6.4	Retour vers l'intégration . . . . .	233
6.5	Les autres fonctions exponentielles . . . . .	237
6.6	Exponentielle complexe . . . . .	241
6.7	Vrai ou Faux? . . . . .	249
6.8	Exercices . . . . .	251
6.9	Solutions . . . . .	263
6.10	Travaux dirigés . . . . .	298
6.11	Problèmes . . . . .	300
<b>7</b>	<b>Triangles semblables</b>	<b>325</b>
7.1	Homothéties . . . . .	326
7.2	Similitudes directes . . . . .	328
7.3	Similitudes indirectes . . . . .	333
7.4	Caractérisation des similitudes . . . . .	337
7.5	Cas de similitude des triangles . . . . .	339
7.6	Cas d'égalité des triangles . . . . .	341
7.7	Méthodes . . . . .	343
7.8	Exercices . . . . .	346
7.9	Solutions . . . . .	363
<b>8</b>	<b>Coniques</b>	<b>393</b>
8.1	Définitions et premières propriétés . . . . .	394
8.2	Étude de la parabole : $e = 1$ . . . . .	396
8.3	Étude de l'ellipse : $0 < e < 1$ . . . . .	399
8.4	Étude de l'hyperbole : $1 < e$ . . . . .	404

8.5	Définition bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole . . . . .	409
8.6	Courbes algébriques dans le plan . . . . .	410
8.7	Intersection d'un cône et d'un plan . . . . .	416
8.8	Exercices . . . . .	417
8.9	Solutions . . . . .	428
<b>9</b>	<b>Statistiques en deux variables</b>	<b>461</b>
9.1	Un exemple . . . . .	462
9.2	Corrélation, régression . . . . .	464
9.3	Les mains dans le moteur . . . . .	467
9.4	Exercices . . . . .	472
9.5	Solutions . . . . .	473
<b>10</b>	<b>Probabilités en deux variables</b>	<b>477</b>
10.1	Couple de variables aléatoires . . . . .	478
10.2	Exercices . . . . .	492
10.3	Solutions . . . . .	496
10.4	Problème . . . . .	503
10.5	Solution . . . . .	504
<b>11</b>	<b>Équations différentielles</b>	<b>507</b>
11.1	Définitions et premières propriétés . . . . .	508
11.2	Équations différentielles du premier ordre homogènes : $y' - ay = 0$ . . . . .	508
11.3	Équation différentielle $ay'' + by' + cy = 0$ avec $a \neq 0$ . . . . .	509
11.4	Exercices . . . . .	515
11.5	Solutions . . . . .	518
11.6	Problème . . . . .	524
11.7	Corrigé . . . . .	526
11.8	Travaux dirigés . . . . .	528
<b>A</b>	<b>Principes des dénombrements</b>	<b>535</b>
A.1	Cardinaux et bijections . . . . .	536
A.2	Opérations sur les ensembles finis . . . . .	541
<b>B</b>	<b>Fonctions trigonométriques</b>	<b>545</b>
B.1	Enroulement complexe . . . . .	546
B.2	Nouvelles définitions . . . . .	546
B.3	Équation fonctionnelle . . . . .	548
B.4	Dérivabilité . . . . .	550
B.5	Le cercle trigonométrique . . . . .	551
B.6	Le retour du sinus et du cosinus . . . . .	552
	<b>Table des matières du cours de seconde</b>	<b>555</b>
	<b>Table des matières du cours de première</b>	<b>559</b>
	<b>Index</b>	<b>563</b>